

Examen de Matemáticas I – 1º de Bachillerato

1. Halla las restantes razones trigonométricas utilizando las relaciones entre las razones trigonométricas (para la resolución del ejercicio es **obligatorio** operar con fracciones y radicales): **(2 puntos; 1 por apartado)**

a) $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{2}{3}$; teniendo en cuenta que $180^\circ < \alpha < 270^\circ$

b) $\operatorname{tg} \beta = -2$; teniendo en cuenta que $90^\circ < \beta < 180^\circ$

2. Expresa las siguientes razones como razones de un ángulo del primer cuadrante: **(1 punto; 0,25 por apartado)**

a) $\operatorname{sen} 95^\circ =$

b) $\cos 235^\circ =$

c) $\operatorname{tg} 335^\circ =$

d) $\operatorname{sen} 201^\circ =$

3. Halla las razones trigonométricas del ángulo α sabiendo que $2 \cos \alpha = 3 \operatorname{tg} \alpha$ y suponiendo que α es desconocido pero se encuentra en el primer cuadrante. **(1 punto)**

4. Resuelve un triángulo en el que $a = 8$ cm, $b = 12$ cm y $B = 150^\circ$ **(1 punto)**

5. Las diagonales de un paralelogramo miden 5 y 6 centímetros respectivamente. Se cortan bajo un ángulo de $50^{\circ} 10'$. Halla el perímetro del paralelogramo: **(1,5 puntos)**
6. Dos circunferencias secantes tienen radios 6 cm y 8 cm. El ángulo que forman sus dos tangentes comunes es de 30° . Calcula la distancia que hay entre los dos centros de las circunferencias. **(1,5 puntos)**

7. Desde un punto a ras de suelo se ve la azotea de un edificio con un ángulo de elevación de 48° . Avanzando 20 metros en dirección al edificio, el ángulo de elevación se incrementa en 14° . Calcular la altura del edificio.
(2 puntos)

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

Examen de Matemáticas I

24 de enero de 2008
Curso: 1º de Bachillerato A

Apellidos:	Calificación:
Nombre:	

1. Halla las restantes razones trigonométricas utilizando las relaciones entre las razones trigonométricas (para la resolución del ejercicio es **obligatorio** operar con fracciones y radicales): (2 puntos; 1 por apartado)

a) $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{2}{3}$; teniendo en cuenta que $180 < \alpha < 270$

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \Rightarrow \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{4}{9} + \cos^2 \alpha = 1 \\ \Rightarrow \cos^2 \alpha &= \frac{5}{9} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{5}{9}} \Rightarrow \cos \alpha = \underline{\underline{-\frac{\sqrt{5}}{3}}} \quad (180 < \alpha < 270) \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \underline{\underline{\frac{2\sqrt{5}}{5}}} \end{aligned}$$

b) $\operatorname{tg} \beta = -2$; teniendo en cuenta que $90 < \beta < 180$

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{sen} \beta}{\cos \beta} &= -2 \Rightarrow \operatorname{sen} \beta = -2 \cos \beta \Rightarrow (-2 \cos \beta)^2 + \cos^2 \beta = 1 \\ \Rightarrow 4 \cos^2 \beta + \cos^2 \beta &= 1 \Rightarrow 5 \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow \cos^2 \beta = \frac{1}{5} \Rightarrow \\ \Rightarrow \cos \beta &= \frac{-1}{\sqrt{5}} = \underline{\underline{-\frac{\sqrt{5}}{5}}} \quad (90 < \beta < 180) \\ \operatorname{sen} \beta &= -2 \cos \beta = -2 \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right) \Rightarrow \underline{\underline{\operatorname{sen} \beta = \frac{2\sqrt{5}}{5}}} \end{aligned}$$

2. Expresa las siguientes razones como razones de un ángulo del primer cuadrante: (1 punto; 0,25 por apartado)

a) $\operatorname{sen} 95^\circ = \operatorname{sen} 85^\circ = \cos 5^\circ$

b) $\cos 235^\circ = -\cos 55^\circ = -\operatorname{sen} 35^\circ$

c) $\operatorname{tg} 333^\circ = -\operatorname{tg} 27^\circ$

d) $\operatorname{sen} 201^\circ = -\operatorname{sen} 21^\circ = -\cos 69^\circ$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

3. Halla las razones trigonométricas del ángulo α sabiendo que $2\cos\alpha = 3\tg\alpha$ y suponiendo que α es desconocido pero se encuentra en el primer cuadrante.

(1 punto)

$$2\cos\alpha = 3\tg\alpha \Rightarrow 2\cos\alpha = 3 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{3}{2} \operatorname{sen}\alpha$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}^2\alpha + \frac{3}{2} \operatorname{sen}\alpha = 1. \text{ Llamando } \operatorname{sen}\alpha = x :$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x = 1 \Rightarrow 2x^2 + 3x = 2 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} = \frac{1}{2} \text{ o } -2$$

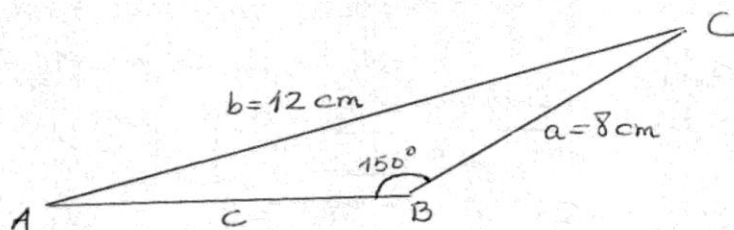
Como α se encuentra en el 1º cuadrante

$$x = \operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{2}. \text{ Como } \cos^2\alpha = \frac{3}{2} \operatorname{sen}\alpha \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

4. Resuelve un triángulo en el que $a = 8$ cm., $b = 12$ cm. y $B = 150^\circ$ (1 punto)



$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} \Rightarrow \frac{8}{\operatorname{sen} A} = \frac{12}{0.5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} A = \frac{8 \cdot 0.5}{12} = 0.33 \Rightarrow \underline{\underline{A = 19'47''}}$$

Por tanto $C = 180 - 150 - 19'47'' \Rightarrow \underline{\underline{C = 10'53''}}$

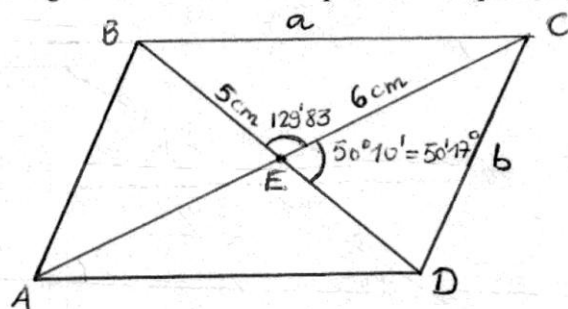
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \Rightarrow c^2 = 8^2 + 12^2 - 2 \cdot 8 \cdot 12 \cos 10'53''$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{c = 4'39 \text{ cm}}}$$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

5. Las diagonales de un paralelogramo miden 5 y 6 centímetros respectivamente. Se cortan bajo un ángulo de $50^\circ 10'$. Halla el perímetro del paralelogramo: (1,5 puntos)



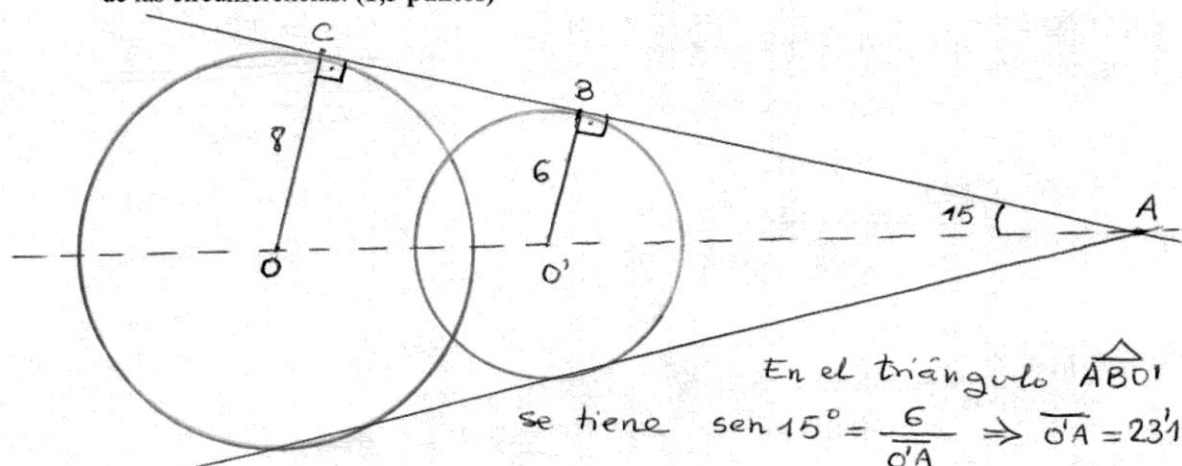
Obsérvese que
 $\overline{BE} = \overline{ED} = 2.5 \text{ cm}$
 $\overline{CE} = \overline{EA} = 3 \text{ cm}$

En el triángulo $\triangle CED$: $b^2 = 3^2 + 2.5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2.5 \cos 50^\circ 17' \Rightarrow$
 $\Rightarrow b^2 = 5.64 \Rightarrow b = 2.38$

En el triángulo $\triangle BEC$: $a^2 = 3^2 + 2.5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2.5 \cos 129^\circ 83' \Rightarrow$
 $\Rightarrow a^2 = 24.86 \Rightarrow a = 4.99$

Por tanto el perímetro p del paralelogramo es:
 $p = 2a + 2b = 2 \cdot 4.99 + 2 \cdot 2.38 = \underline{\underline{14.74 \text{ cm}}}$

6. Dos circunferencias secantes tienen radios 6 cm. y 8 cm. El ángulo que forman sus dos tangentes comunes es de 30° . Calcula la distancia que hay entre los dos centros de las circunferencias. (1,5 puntos)



En el triángulo $\triangle AO'B$
se tiene $\sin 15^\circ = \frac{6}{O'A} \Rightarrow O'A = 23.18$

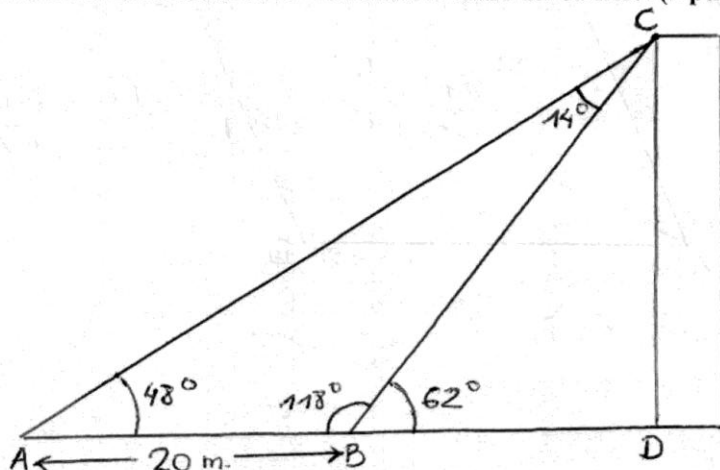
En el triángulo $\triangle ACO$ tenemos $\sin 15^\circ = \frac{8}{OA} \Rightarrow$
 $\Rightarrow OA = 30.91$

Por tanto $OO' = OA - O'A = 30.91 - 23.18 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \underline{\underline{OO' = 7.73 \text{ cm}}}$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

7. Desde un punto a ras de suelo se ve la azotea de un edificio con un ángulo de elevación de 48° . Avanzando 20 metros en dirección al edificio, el ángulo de elevación se incrementa en 14° . Calcular la altura del edificio. (2 puntos)



$$\begin{aligned} \text{En el triángulo } \triangle ABC \quad \frac{\overline{AC}}{\text{Sen } 118^\circ} &= \frac{20}{\text{sen } 14^\circ} \Rightarrow \\ \Rightarrow \overline{AC} &= \frac{20 \cdot \text{sen } 118^\circ}{\text{sen } 14^\circ} \Rightarrow \overline{AC} = 72'99 \text{ m.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{En el triángulo } \triangle ACD \quad \text{sen } 48^\circ &= \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \overline{CD} &= 72'99 \cdot \text{sen } 48^\circ \Rightarrow \underline{\underline{\overline{CD} = 54'25 \text{ m.}}} \end{aligned}$$