Examen de Matemáticas I – 1º de Bachillerato

1. Sabiendo que $\cos\alpha = -\frac{5}{12}$, y que α es un ángulo desconocido del segundo cuadrante, hallar $\operatorname{sen}\alpha$ y $\operatorname{tg}\alpha$. **(2 puntos)**

2. Una antena reproductora de señales de radio es observada desde dos puntos del suelo separados entre sí 150 metros. Los ángulos que las visuales forman con la horizontal son 75º y 55º. Calcula las distancias de cada punto de observación a la parte superior de la antena. Determina la altura de la misma. **(2 puntos)**

3. Simplifica al máximo la expresión $\frac{\cos^2\alpha\cdot(1+\operatorname{tg}^2\alpha)}{\operatorname{cotg}\alpha}$. **(1 punto)**

4. Comprueba que la igualdad $\frac{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y}{\operatorname{cotg}x+\operatorname{cotg}y}=\operatorname{tg}x\cdot tg\ y$, es cierta. **(1 punto)**

5. Resuelve la ecuación trigonométrica $\operatorname{sen}2x+\cos x=0$. **(2 puntos)**

6. Resuelve el sistema de ecuaciones trigonométricas $\begin{cases}\cos x+\cos y=1\\ \cos(x+y)=1\end{cases}$. **(2 puntos)**

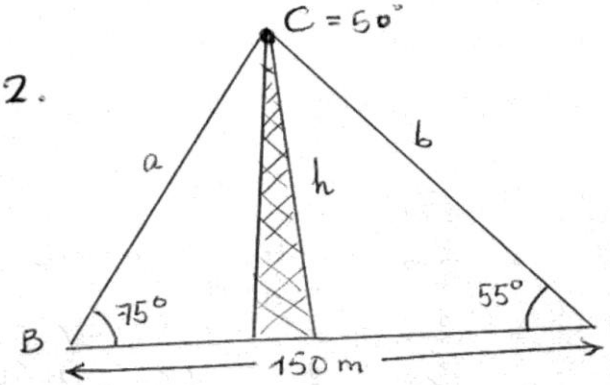
1. $\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \operatorname{sen}^2\alpha + \left(-\frac{5}{12}\right)^2 = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \operatorname{sen}^2\alpha + \frac{25}{144} = 1 \Rightarrow \operatorname{sen}^2\alpha = 1 - \frac{25}{144} \Rightarrow \operatorname{sen}^2\alpha = \frac{119}{144}$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = \sqrt{\frac{119}{144}} = \frac{\sqrt{119}}{12} \simeq 0'909$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sqrt{119}/12}{-5/12} = -\frac{\sqrt{119}}{5} \simeq -2'182$$

2.



$C = 180 - 75 - 55 = 50°$

$\frac{a}{\operatorname{sen}A} = \frac{c}{\operatorname{sen}C} \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 150\,\frac{\operatorname{sen}55}{\operatorname{sen}50} \Rightarrow$

$\Rightarrow a \simeq 160'399$ m.

$\frac{b}{\operatorname{sen}B} = \frac{c}{\operatorname{sen}C} \Rightarrow b = 150\,\frac{\operatorname{sen}75}{\operatorname{sen}50} \Rightarrow b \simeq 189'139$ m.

$\operatorname{sen}55 = \frac{h}{b} \Rightarrow h = 189'139 \cdot \operatorname{sen}55 \Rightarrow h \simeq 154'93$ m.

3. $$\frac{\cos^2\alpha\,(1+\operatorname{tg}^2\alpha)}{\operatorname{cotg}\alpha} = \frac{\cos^2\alpha\left(1+\frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{\cos^2\alpha}\right)}{\frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha}} = \frac{\cos^2\alpha + \operatorname{sen}^2\alpha}{\frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha}} = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$$

4 $$\frac{\operatorname{tg}x + \operatorname{tg}y}{\operatorname{cotg}x + \operatorname{cotg}y} = \frac{\frac{\operatorname{sen}x}{\cos x} + \frac{\operatorname{sen}y}{\cos y}}{\frac{\cos x}{\operatorname{sen}x} + \frac{\cos y}{\operatorname{sen}y}} = \frac{\frac{\operatorname{sen}x\cos y + \cos x\operatorname{sen}y}{\cos x\cos y}}{\frac{\cos x\operatorname{sen}y + \operatorname{sen}x\cos y}{\operatorname{sen}x\operatorname{sen}y}}$$

$$= \frac{\operatorname{sen}x\operatorname{sen}y\,(\operatorname{sen}x\cos y + \cos x\operatorname{sen}y)}{\cos x\cos y\,(\cos x\operatorname{sen}y + \operatorname{sen}x\cos y)} = \frac{\operatorname{sen}x\cdot\operatorname{sen}y}{\cos x\cdot\cos y} = \operatorname{tg}x\cdot\operatorname{tg}y$$

5. $\operatorname{sen} 2x + \cos x = 0 \Rightarrow 2\operatorname{sen} x \cos x + \cos x = 0$

$\Rightarrow \cos x(2\operatorname{sen} x + 1) = 0$. Dos posibilidades:

* $\cos x = 0 \Rightarrow \underline{\underline{x = 90^\circ + 180^\circ k}}$

* $2\operatorname{sen} x + 1 = 0 \Rightarrow \operatorname{sen} x = -\frac{1}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \begin{cases} 210^\circ + 360 k \\ 330^\circ + 360 k \end{cases}$$

6. $\begin{cases} \cos x + \cos y = 1 \\ \cos(x+y) = 1 \end{cases}$

Como $\cos(x+y) = 1 \Rightarrow x + y = 0^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow x = -y$. Sustituyendo en la primera ecuación: $\cos(-y) + \cos y = 1 \Rightarrow \cos y + \cos y = 1$

$\Rightarrow 2\cos y = 1 \Rightarrow \cos y = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \begin{cases} 60^\circ + 360^\circ k \\ 300^\circ + 360^\circ k \end{cases}$

* Si $y = 60^\circ + 360^\circ k \Rightarrow x = -y \Rightarrow x = -60^\circ - 360^\circ k$

$\Rightarrow x = 300^\circ + 360^\circ k \quad \underline{\underline{(60^\circ, 300^\circ)}}$

* Si $y = 300^\circ + 360^\circ k \Rightarrow x = -y \Rightarrow x = -300^\circ - 360^\circ k$

$\Rightarrow x = 60^\circ + 360^\circ k \quad \underline{\underline{(300^\circ, 60^\circ)}}$