

1. Un grupo de personas se reúne para ir de excursión, juntándose un total de 20 entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos, su número resulta ser el triple del número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más, su número igualaría al del hombres. Resolver el problema **(1,25 punto)**

2. .- Discutir y resolver el siguiente sistema
$$\begin{cases} x - 4y + 5z = 2 \\ 3x + 3y - 2z = 3 \\ 4x - y + 3z = 5 \end{cases}$$
 (1,25 pts)

4. Dado el triángulo de vértices A(-2, -1), B(2, 7) y C(8, -5), calcular:

- a) La ecuación del lado BC **(0,5 pts)**
- b) La mediatriz del lado BC **(0,5 pts)**
- c) Simétrico de A respecto al lado BC **(1 Punto)**
- d) Área del triángulo **(0,75 Punto)**

- 5 Revolver las siguientes ecuaciones e inecuaciones

a) $\frac{(x+2)(x-2)^2}{x(4-x^2)} < 0$ **(0,75 Puntos)**

b) $\log(x-5) - \frac{1}{2} \log(3x-20) = \log 2$ **(0,75 Puntos)**

c) $\cos 2x + \cos x = 0$ **(0,75 Puntos)**

- 6 Demostrar la siguiente igualdad: $\frac{\cos(a-b) - \cos c}{2 \cos a} = \cos b$ Sabiendo que a, b, c son los tres ángulos de un triángulo **(1,25 puntos)**

(A)

$$\textcircled{1} \begin{cases} x+y+z=20 \\ x+y=3z \\ y+1=x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=20 \\ x+y-3z=0 \\ -x+y=-1 \end{cases} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 20 \\ -1 & 1 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & -4 & -20 \\ 0 & 2 & 1 & 19 \end{array} \right) \text{ S.C.D.}$$

$$F_2 = -F_1 + F_3$$

$$F_3 = F_1 + F_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y+z=20 \rightarrow x=20-5-7=8 \\ z=5 \\ 2y+z=19 \rightarrow y=7 \end{cases}$$

8 hombres, 7 mujeres, 5 niños

S.C.I

$$\textcircled{2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 5 & 2 \\ 3 & 3 & -2 & 13 \\ 4 & -1 & 3 & 15 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 5 & 2 \\ 0 & 15 & -17 & -3 \\ 0 & 15 & -17 & -3 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{cases} x-4y+5z=2 \\ 15y-17z=-3 \\ z=t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-4y=2-5t \rightarrow x=4y-5t+2 \\ y=\frac{17t+3}{15} \\ z=t \end{cases}$$

$$F_2 = -3F_1 + F_3$$

$$F_3 = -4F_1 + F_2$$

$$x = \frac{68t-12}{15} + 2 - 5t = \frac{12-7t}{15}$$

$$\begin{cases} x = \frac{12-7t}{15} \\ y = \frac{17t+3}{15} \\ z = t \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{4} A = (-2, -1) \quad B(2, 7) \quad C = (8, -5)$$

a) lado BC

$$\overline{BC} = (6, -12)$$

$$\frac{x-2}{6} = \frac{y-7}{-12}; \quad -12x+24=6y-42$$

$$\boxed{e_{\overline{BC}}: 12x+6y-66=0}$$

b) Mediatriz de BC



$$M = \frac{B+C}{2} = (5, 1)$$

$$\overline{BC} \perp = (12, 6)$$

$$\frac{x-5}{12} = \frac{y-1}{6};$$

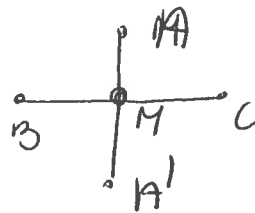
$$6x-30=12y-12$$

$$\boxed{m_{\overline{BC}^\perp}: 6x-12y-18=0}$$

c) ① Construye la recta $\perp$ a $\overrightarrow{BC}$ que pasa por A

$$\overrightarrow{BC} \perp = (12, 6) \quad r: \frac{x+2}{12} = \frac{y+1}{6}; \quad 6x+12 = 12y+12 \quad r: 6x-12y=0$$

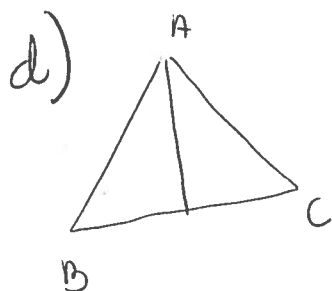
$$A = (-2, -1)$$



② Calcula la intersección de r y l_{BC}

$$\begin{cases} 6x-12y=0 \\ 12x+6y=66 \end{cases} \quad M = \left(\frac{22}{5}, \frac{11}{5}\right)$$

③ Calcula $A' = 2M - A = \left(\frac{44}{5}, \frac{22}{5}\right) - (-2, -1) = \left(\frac{54}{5}, \frac{27}{5}\right) = A'$



$$Altura = d(A, l_{BC}) = \frac{|-24-6-66|}{\sqrt{144+36}} = \frac{96}{\sqrt{180}}$$

$$Base = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{36+144} = \sqrt{180}$$

$$Area = \frac{1}{2} \sqrt{180} \cdot \frac{96}{\sqrt{180}} = 48u^2$$

⑤ a) $\begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$ (Núm) $\begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$ (den)

$$\begin{cases} x = -2 \text{ (PAA)} \\ y = 2 \text{ (IMPAA)} \\ x = 0 \text{ (IMPAA)} \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} - & - & + & - \\ \hline \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ & -2 & 0 & 2 \end{array}$$

$$(-\infty, -2) \cup (-2, 0) \cup (2, \infty)$$

b) $\log(x-5) - \log(3x-20)^{1/2} = \log 2$

$$\log \frac{x-5}{\sqrt{3x-20}} = \log 2 \Rightarrow \left(\frac{x-5}{\sqrt{3x-20}}\right)^2 = 2^2; \quad \begin{cases} x^2-10x+25 = 4(3x-20) \\ x^2-22x+105=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 15 \checkmark \\ x = 7 \checkmark \end{cases}$$

c) $\cos 2x + \cos x = 0$

$$\cos^2 x - \sin^2 x + \cos x = 0; \quad \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) + \cos x = 0 \quad 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$2y^2 + y - 1 = 0 \Rightarrow y_2 \quad x = \arccos\left(\frac{1}{2}\right) \begin{cases} 36 \\ 300 \end{cases} + 360^\circ k$$

$$x = \arccos(-1) = 180^\circ + 360^\circ k$$

⑥ $(180 - (a+b)) \Rightarrow \cos c = \cos(180 - (a+b)) = -\cos(a+b) = -\cos a \cos b + \sin a \sin b$

$$\frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2 \cos a} = \frac{\cos a \cos b - \sin a \sin b + \cos a \cos b + \sin a \sin b}{2 \cos a} = \frac{2 \cos a \cos b}{2 \cos a} = \cos b$$