

Nombre: _____

Curso: _____

1. Dados los vectores $\vec{u} = (3, -4)$ y $\vec{v} = (5, 6)$, calcular: (2 puntos)
 - a) El ángulo que forman.
 - b) Un vector en la dirección y sentido de $\vec{u}$.
 - c) Un vector en la dirección y sentido de $\vec{u}$ de módulo 15.
 - d) ¿Son $\vec{u}$ y $\vec{v}$ ortogonales?. En caso contrario, buscar un vector cualquiera ortogonal a $\vec{u}$.
2. Dados los vectores $\vec{u} = (3, -4)$ y $\vec{v} = (-2, 3)$, se pide: (1,5 puntos)
 - a) Razonar que puede formar una base de V^2 .
 - b) Obtener analíticamente las coordenadas de $\vec{w} = (-12, 1)$ en la base anterior.
3. De los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ conocemos _____ y el ángulo que forman, ____°. Hallar
(1,5 puntos)
4. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(3, 2)$ y $B(1, -4)$ en todas las formas posibles. Dibujarla y calcula, además, su pendiente y tres puntos de la recta distintos de los anteriores. (1,75 puntos)
5. Sean $r \equiv x + 3y - 4 = 0$ y $s \equiv x + 2y - 5 = 0$, estudia analíticamente la posición relativa de las dos rectas. Demuestra el resultado anterior gráficamente y calcula, además, el ángulo que forman. (1,75 puntos)
6. A) Hallar k para que los puntos $A(1, 7)$, $B(-3, 4)$ y $C(k, 5)$ estén alineados. (0,75 puntos)

B) Halla el punto medio del segmento _____ Y el punto simétrico de A respecto de B . (0,75 puntos)

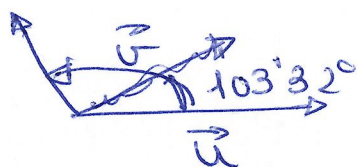
1) $\vec{u} = (3, -4)$ y $\vec{v} = (5, 6)$

a) α ??

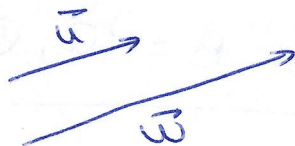
$$\cos \alpha = \cos \angle \vec{u}, \vec{v} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = \frac{3 \cdot 5 - 4 \cdot 6}{5 \cdot \sqrt{61}} = \frac{-9}{5\sqrt{61}}$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}$$



b) $\vec{w}_1 = (6, 8)$



c) $\vec{w}_2 = (3\lambda, -4\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Caso $|\vec{w}_2| = 15 \Rightarrow \sqrt{(3\lambda)^2 + (-4\lambda)^2} = 15$; $9\lambda^2 + 16\lambda^2 = 225$;

$$25\lambda^2 = 225; \lambda^2 = \frac{225}{25} = 9; \boxed{\lambda = \pm 3}$$

$\lambda = -3$ NO PUEDE SER PORQUE CAMBIARÍA EL SENTIDO de $\vec{u}$. Así si $\lambda = 3$ es $\vec{w}_2 = (3 \cdot 3, -4 \cdot 3)$

$$\boxed{\vec{w}_2 = (9, -12)}$$

d) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 15 - 24 = -9 \neq 0 \Rightarrow \vec{u}$ y $\vec{v}$ NO SON ORTOGONALES

$$\boxed{\vec{w}_3 = (4, 3)}$$



② Como $\vec{u} = (3, -4)$ y $\vec{v} = (-2, 3)$ No son proporcionales
entonces son dos vectores linealmente independientes
luego pueden formar BASE en V^2 .

b) $\vec{w} = (-12, 1)$ y $B = \{\vec{u}, \vec{v}\}$

$\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$ y $\vec{w} = (a, b)$ tiene coordenadas
a y b en respecto a la base B.

$$(-12, 1) = a(3, -4) + b(-2, 3);$$

$$\begin{cases} -12 = 3a - 2b \\ 1 = -4a + 3b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -34 \\ b = -45 \end{cases}$$

$$\vec{w} = (-34, -45) \text{ en } B = \{\vec{u}, \vec{v}\}$$

③ $|\vec{a}| = 2$
 $|\vec{b}| = 5$ $\rightarrow \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| |\vec{a}| \cos 0^\circ \Rightarrow |\vec{a}|^2 = \vec{a} \cdot \vec{a}$

Teniendo en cuenta lo anterior se tiene que:

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b}) (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 60^\circ = 2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 5 \quad \underline{\text{Sustituyendo}}$$

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = 2^2 + 2 \cdot 5 + 5^2 = 4 + 10 + 25 = 39$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{39} \text{ u}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b}) (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2$$

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2^2 - 2 \cdot 5 + 5^2 = 4 - 10 + 25 = 19$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{19} \text{ u}$$

6) a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ para que estén alineados

$$\overrightarrow{AB} = (-4, -3)$$

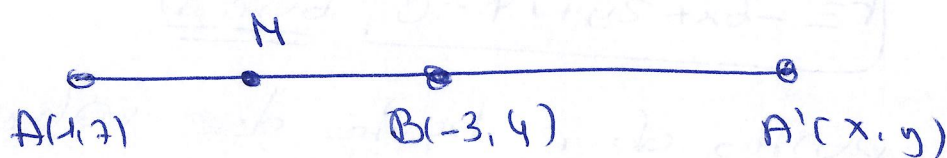
$$\overrightarrow{BC} = (k+3, 1)$$

$$\Rightarrow \frac{-4}{k+3} = -\frac{3}{1} \rightarrow -4 = -3k - 9$$

$$k = -\frac{5}{3}$$

Si $k = -\frac{5}{3} \Rightarrow$ los tres puntos están alineados

$$b) M = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{-2}{2}, \frac{11}{2} \right) = (-1, 5.5)$$



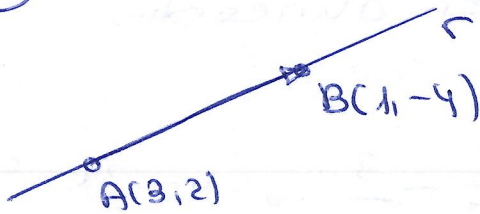
$$\frac{1+x}{2} = -3 \rightarrow x = -7$$

$$\frac{7+y}{2} = 4 \rightarrow y = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{A'(-7, 1)}$$

SIMÉTRICO DE A
RESPECTO DE B

④



$$A(3, 2) \quad B(1, -4) \quad \vec{AB} = (-2, -6)$$

$$r = \begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = 2 - 6\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{Paramétrica}$$

$$r = \frac{x-3}{-2} = \frac{y-2}{-6} \quad \text{Continua}$$

$$r = -6x + 18 = -2y + 4 \Rightarrow -2y = -6x + 14;$$

$$y = 3x - 7 \quad \text{Implícita}$$

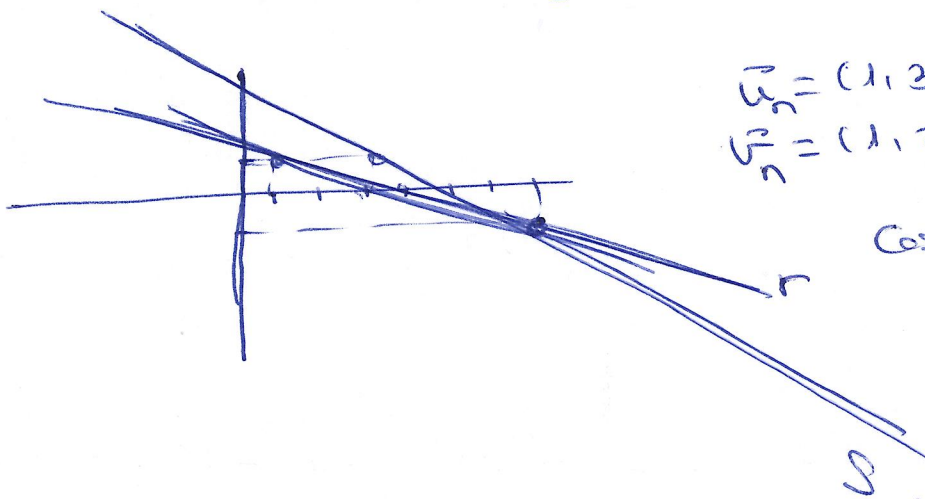
$$y = mx + n \Rightarrow m = 3 \quad \text{Pendiente}$$

$$r = -6x + 2y + 14 = 0 \quad \text{General}$$

Para calcular puntos de r basta dar valores a λ en la paramétrica.

⑤ Resuelve el sistema $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 7 \end{cases}$

Se cortan y se cortan en $P(7, -1)$.



$$\vec{u}_r = (1, 3) \\ \vec{v}_s = (1, 2)$$

$$\cos \hat{u, v} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$$

$$\cos \hat{u, v} = \frac{1 + 3 \cdot 2}{\sqrt{1^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{7}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}} \Rightarrow \hat{u, v} = 8^\circ$$