DERIVADAS e INTEGRALES

1. Halla la derivada de: $f(x) = 5\cos^3\left[10^{3x-1} - \log(2x)\right]$

2. Halla la fórmula de la función primitiva de $g(x) = \dfrac{2\sqrt[3]{x}}{3x^2} + 7$ que pasa por el punto $P(1,2)$.

1. $f(x) = 5\cos^3\left[10^{3x-1} - \log(2x)\right]$

$$f'(x) = 5 \cdot 3\cos^2\left[10^{3x-1} - \log(2x)\right] \cdot (-1)\cdot sen\left[10^{3x-1} - \log(2x)\right] \cdot \left[10^{3x-1}\ln 10 \cdot 3 - \frac{1}{2x\ \ln 10} \cdot 2\right] =$$

Simplificando:

$$\boxed{f'(x) = -15\cdot\cos^2\left[10^{3x-1} - \log(2x)\right] \cdot sen\left[10^{3x-1} - \log(2x)\right] \cdot \left[3\cdot\ln 10\cdot 10^{3x-1} - \frac{1}{x\ \ln 10}\right]}$$

2. Cálculo de la primitiva de $g(x) = \dfrac{2\sqrt[3]{x}}{3x^2} + 7$ que pasa $P(1,2)$

La función G que nos piden tiene que cumplir:

I. Por ser primitiva de g: $G(x) = \int g(x)dx$ Para hallar la integral, previamente, simplificamos la expresión de $g(x)$: $g(x) = \dfrac{2\sqrt[3]{x}}{3x^2} + 7 = \dfrac{2x^{1/3}}{3x^2} + 7 = \dfrac{2}{3}x^{-5/3} + 7$

$$G(x) = \int g(x)dx = \int\left(\frac{2}{3}x^{-5/3} + 7\right)dx = \frac{2}{3}\int x^{-5/3}dx + 7\int 1\,dx = \frac{2}{3}\,\frac{x^{-5/3+1}}{-5/3+1} + 7x + C =$$

$$= \frac{2}{3}\,\frac{-3}{2}\,x^{-2/3} + 7x + C = \frac{-1}{\sqrt[3]{x^2}} + 7x + C$$

$G(x) = \dfrac{-1}{\sqrt[3]{x^2}} + 7x + C$ (con $C \in \Re$) ; Comprobamos que $G'(x) = g(x)$:

$$G(x) = \frac{-1}{\sqrt[3]{x^2}} + 7x + C = -1\ x^{-2/3} + 7x + C \Rightarrow G'(x) = \frac{2}{3}x^{-5/3} + 7 = g(x)$$

II. Por pasar por $P(1,2)$: $G(1) = 2 \Rightarrow \dfrac{-1}{\sqrt[3]{1^2}} + 7\cdot 1 + C = 2 \Rightarrow C = -4$

Respuesta:

$$\boxed{G(x) = \frac{-1}{\sqrt[3]{x^2}} + 7x - 4}$$