

b) Utiliza las reglas de derivación para hallar las derivas de las siguientes funciones y expresa el resultado en la forma más simplificada posible:

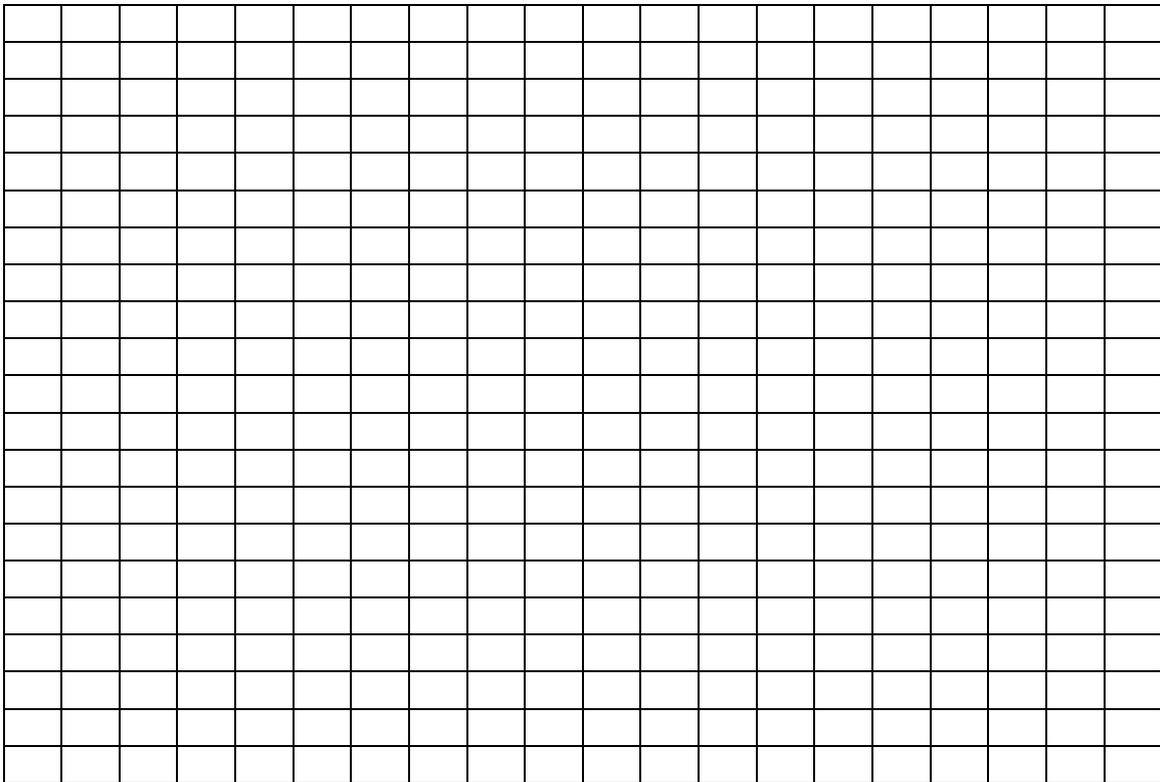
$$g(x) = \frac{3x^2}{(2x-1)^4}$$

$$h(x) = \sqrt{x} \cdot \ln\sqrt{x}$$

EJERCICIO 6 Halla a y b para que f(x) sea continua en $x = -2$ y en $x = 1$ (1'5 punto)

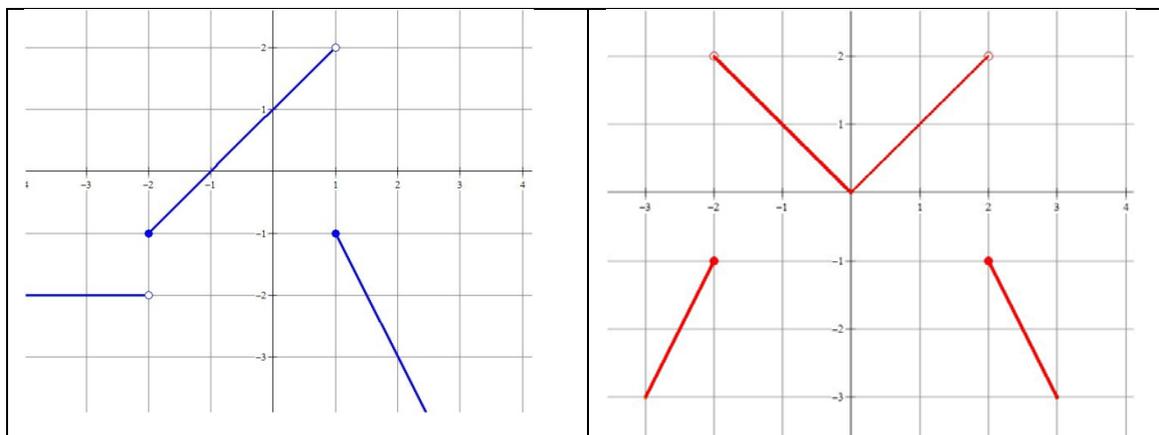
$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 1 & \text{si } x \leq -2 \\ bx + 3a & \text{si } -2 < x \leq 1 \\ 2 + \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

GRÁFICA EJERCICIO 2



SOLUCIONES

EJERCICIO 1



La función $y = f(|x-1|)$ tiene cuatro tramos

TRAMO 1: $m = 2$ P $(-2, -1)$ $y + 1 = 2(x + 2) \rightarrow y = 2x + 3$

TRAMO 2 : $m = -1$ P $(0, 0)$ $y = -x$

TRAMO 3 : $m = 1$ P $(0, 0)$ $y = x$

TRAMO 4: $m = -2$ P $(2, -1)$ $y + 1 = -2(x - 2) \rightarrow y = -2x + 3$

$$\text{Así pues, } f(|x-1|) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x \leq -2 \\ -x & \text{si } -2 < x \leq 0 \\ x & \text{si } 0 < x < 2 \\ -2x + 3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

EJERCICIO 2 $y = \frac{4x^2 - 1}{2 - x}$

Asíntotas verticales: $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4x^2 - 1}{2 - x} = \infty \quad \text{ya que para } x = 1,999 \quad y = 14984$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x^2 - 1}{2 - x} = -\infty \quad \text{ya que para } x = 2,001 \quad y = -15016$$

Asíntotas horizontales: No hay ya que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 1}{2 - x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{-x} = \lim_{x \rightarrow \infty} -4x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - 1}{2 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2}{-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -4x = +\infty$$

Asíntotas oblicuas: $m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^2-1}{2x-x^2} = -4$ $n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{4x^2-1}{2-x} + 4x \right) =$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{4x^2-1}{2-x} + \frac{4x(2-x)}{2-x} \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{4x^2-1+8x-4x^2}{2-x} \right) = -8$

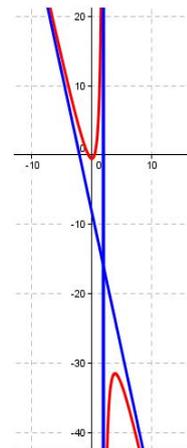
La asíntota oblicua es $y = -4x - 8$

El dominio de la función es $\mathbb{R} - \{2\}$

Cortes con los ejes:

Eje Y : si $x = 0$ $y = -\frac{1}{2}$

Eje X : si $y = 0$, $4x^2 - 1 = 0$, $x^2 = 1/4$, $x = 1/2$, $x = -1/2$

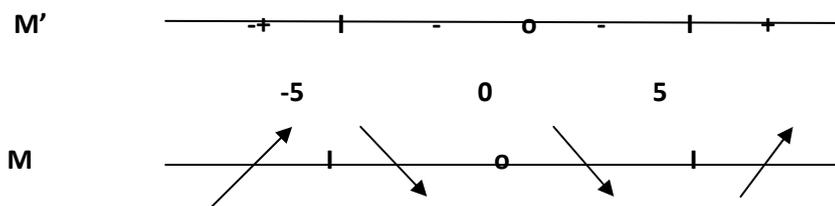


EJERCICIO 3

$M(x) = \frac{3x^2+5x+75}{x}$ $M'(x) = \frac{(6x+5)x-1(3x^2+5x+75)}{x^2} = \frac{6x^2+5x-3x^2-5x-75}{x^2}$

$M'(x) = \frac{3x^2-75}{x^2}$

El dominio de la función es $\mathbb{R} - \{0\}$ y $M'(x) = 0$ si $3x^2 - 75 = 0$; $x = 5, -5$



Mínimo si $x = 5$ unidades y el coste sería $C(5) = 75 + 25 + 75 = 175$ y el coste medio sería $M(5) = 75/5 = 15$ euros.

EJERCICIO 4

a) $Y = 4x^3 - 2x^4$ $y' = 12x^2 - 8x^3$ $y'' = 24x - 24x^2 = x(24 - 24x) = 0$ si $x = 0$ y $x = 1$

y''	-	0	+	1	-
Y	\cap	0	\cup	1	\cap

Puntos de inflexión $(0, 0)$ y $(1, 2)$

b) Para $x = -1$, $y = -4 - 2 = -6$, $y' = 12 + 8 = 20$ $y + 6 = 20(x + 1)$

EJERCICIO 5

a) $F'(x) =$

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3(x+h)^2 - 2(x+h) - 4) - (3x^2 - 2x - 4)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 3h^2 + 6xh - 2x - 2h - 4 - 3x^2 + 2x + 4}{h}$

$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h^2 + 6xh - 2h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 3h + 6x - 2 = 6x - 2$

b)

$$g'(x) = \frac{(3x^2)'(2x-1)^4 - 3x^2((2x-1)^4)'}{(2x-1)^8} = \frac{6x(2x-1)^4 - 3x^2 \cdot 4(2x-1)^3 \cdot 2}{(2x-1)^8} = \frac{6x(2x-1) - 24x^2}{(2x-1)^5} = \frac{-12x^2 - 6x}{(2x-1)^5}$$

$$h'(x) = (\sqrt{x})' \ln \sqrt{x} + \sqrt{x}(\ln \sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \ln \sqrt{x} + \sqrt{x} \cdot \frac{1/2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \ln \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

EJERCICIO 6

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 1 & \text{si } x \leq -2 \\ bx + 3a & \text{si } -2 < x \leq 1 \\ 2 + \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) \rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} (ax^2 - 1) = \lim_{x \rightarrow -2} (bx + 3a) \quad (*)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (bx + 3a) = \lim_{x \rightarrow 1} (2 + \ln x) \quad (**)$$

Calculando los límites, obtenemos:

$$(*) \quad 4a - 1 = -2b + 3a \rightarrow a + 2b = 1 \rightarrow a + 2b = 1$$

$$(**) \quad b + 3a = 2 \quad \rightarrow 3a + b = 2 \rightarrow -6a - 2b = -4$$

$$\text{Sumando las ecuaciones : } -5a = -3 \rightarrow a = 3/5 \quad b = 2 - 9/5 = 1/5$$