Julio Rey-Pastor
1888-1962

IES REY PASTOR   EXAMEN DE MATEMÁTICAS 1º BAC DE

NOMBRE ……………………………………………………………………….

Recuperación 2º Evaluación   8/04/13   **NOTA: …………..**

EJERCICIO 1 : Se considera la función f(x) = $\frac{x^2+x+2}{x}$. Se pide :

a) Encuentra las asíntotas de f(x) y haz un bosquejo de la función. *(1,5 puntos)*
b) Halla los intervalos de crecimiento , máximos y mínimos. *(1,5 puntos)*

EJERCICIO 2 : Dada la función : (2 puntos)

$$F(x) = \begin{cases} a + e^x & si \quad x < 0 \\ x^2 + b & si \;\; 0 \le x \le 1 \\ lnx + 3 & si \; x > 1 \end{cases}$$

Calcula a y b para que f(x) sea continua en x = 0 y x = 1 . ¿Sería globalmente continua?

EJERCICIO 3 *(1 + 0.5 + 0.5 puntos)*

a) Halla la derivada de f(x) = $3x^2 - 2x + 1$ utilizando la definición de derivada como límite.
b) Halla, utilizando las reglas de derivación y simplificando el resultado, las derivadas de:

B1 f(x) = $\frac{2x}{(x^3+2)^3}$ B2 g(x) = $x\ln\sqrt{x}$

EJERCICIO 4 Halla los siguientes límites : . *(1,5 puntos)*

a) $\lim_{x \to 2} \frac{2x}{|x-2|}$ b) $\lim_{x \to -3} \frac{x^3+3x^2-x-3}{x^2+2x-3}$

EJERCICIO 5 Dadas las funciones g (x) = $\frac{3x-1}{2+4x}$ y h(x) = $\frac{1}{x+1}$, *(1,5 puntos)*

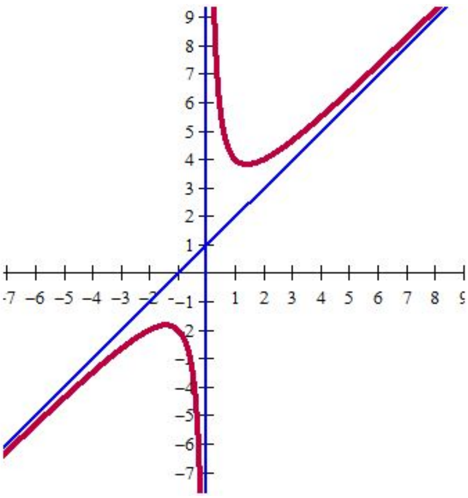
a) Calcula y simplifica la expresión de (g o h) (x)
b) Calcula la expresión de g^{-1} (x)

SOLUCIONES

EJERCICIO 1

a) Hay una **asíntota vertical en x = 0** ya que para x → 0^+ , f(x) → +∞ (Justificación: x = 0.001 , f(x) = 2001) y si x →0^- , f(x)→ - ∞ (Justificación: para x = -0.001 , f(x) = -1999).
No hay asíntotas horizontales ya que $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} x = \infty$ y que $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x-\infty} x = -\infty$
Estudiamos las asíntotas oblicuas : y = ax + b
$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2+x+2}{x^2}$ = 1 luego a = 1
$\lim_{x\to\infty}(f(x) - ax) = \lim_{x\to\pm\infty}(\frac{x^2+x+2}{x} - x) = \lim_{x\to\pm\infty}(\frac{x^2+x+2}{x} - \frac{x^2}{x}) = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x+2}{x}$ =1 . Así pues b = 1 y la **asíntota oblicua es y = x +1 .**

b) f’ (x) = $\frac{(2x+1)x-1(x^2+x+2)}{x^2} = \frac{x^2-2}{x^2}$
La derivada se anula en x = $\sqrt{2}$, x = -$\sqrt{2}$ y para x = 0, ni f(x) ni f’(x) están definidas.



f’	+	$-\sqrt{2}$	-	0 (o)	-	$\sqrt{2}$	+
F	↗	$-\sqrt{2}$	↘	0 (o)	↘	$\sqrt{2}$	↗

Máximo en (-$\sqrt{2}$, $\sqrt{2} - 1$) ; mínimo en ($\sqrt{2}$,1+3$\sqrt{2}$)

EJERCICIO 2

a + e^x es continua por ser suma de constante y exponencial; x^2 + b es polinómica luego es continua y lnx + 3 es continua por ser x > 1 .

En x = 0 $\lim_{x\to0^-} f(x)$ = $\lim_{x\to0^+} f(x)$ = f(0) → $\lim_{x\to0}(a + e^x)$ = $\lim_{x\to0}(x^2 + b)$

En x = 1 $\lim_{x\to1^-} f(x)$ = $\lim_{x\to1^+} f(x)$ = f(1) → $\lim_{x\to1}(x^2 + b)$ = $\lim_{x\to1}(lnx + 3)$

Resolviendo los límites :

En x = 0 a + 1 = b

En x = 1 1 + b = ln1 + 3 = 3

Resolviendo el sistema , b = 2 y a = b – 1 = 1

EJERCICIO 3

a) **f' (x) =** $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ = $\lim_{h\to 0}\frac{3(x+h)^2-2(x+h)+1-3x^2+2x-1}{h}$ = $\lim_{h\to 0}\frac{3x^2+3h^2+6xh-2x-2h+1-3x^2+2x-1}{h}$ = $\lim_{h\to 0}\frac{3h^2+6xh-2h}{h}$ = $\lim_{h\to 0}(3h+6x-2)$ = 6x – 2

b) **F' (x) =** $\frac{2(x^3+2)^3-3(x^3+2)^2 3x^2.2x}{(x^3+2)^6} = \frac{2(x^3+2)-18x^3}{(x^3+2)^4} = \frac{4-16x^3}{(x^3+2)^6}$

g'(x) = $\ln\sqrt{x} + x\,\frac{1/2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \ln\sqrt{x} + \frac{1}{2}$

EJERCICIO 4

a) El límite es de la forma k / 0

$\lim_{x\to 2^-}\frac{2x}{|x-2|}=\infty$ ya que para x = 1.999 f(x) = 3998

$\lim_{x\to 2^+}\frac{2x}{|x-2|}=\infty$ ya que para x = 2.001 f(x) = 4001

Así pues el límites es ∞

b) $\lim_{x\to -3}\frac{x^3+3x^2-x-3}{x^2+2x-3} = \lim_{x\to -3}\frac{(x+1)(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+3)} = \lim_{x\to -3}(x+1) = -2$

EJERCICIO 5

a) **X** $\longrightarrow \frac{1}{x+1} \longrightarrow \frac{\frac{3}{x+1}-1}{2+\frac{4}{x+1}} = \frac{1-x}{2x+6}$

b) Y = $\frac{3x-1}{2+4x}$ → 2y + 4xy = 3x – 1 → 2y + 1 = 3x – 4xy = x (3 – 4y) →

x = $\frac{2y+1}{3-4y}$ → $g^{-1}(x) = \frac{2x+1}{3-4x}$