

EXAMEN DE MATEMÁTICAS 1º BAC CC SS BLOQUE: FUNCIONES

NOMBRE **Calificación**

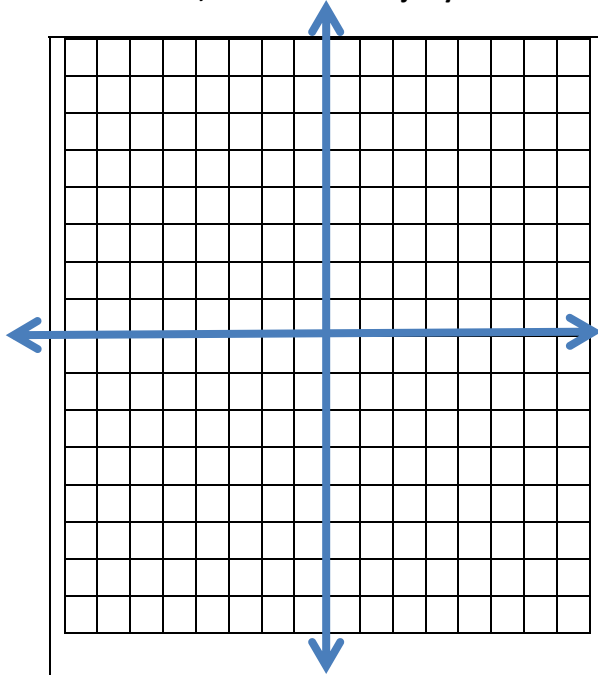
EJERCICIO 1 Halla los siguientes límites :

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+6}-3}$	1,25 puntos	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{ 2x-4 }$	0,75 puntos
		$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{2x^3-7x^2+2x+3}$	1,25 puntos
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x+3^x}{6^x+4^x}$	0,75 puntos		

EJERCICIO 2 Halla m y n para que la función f(x) sea continua en x = 2 y en x = 3. ¿Sería globalmente continua? Justifica tu respuesta. (2,5 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} 2^x/x+2 & \text{si } x \leq 2 \\ (m+1)x^2+nx & \text{si } 2 < x < 3 \\ 2x-3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

EJERCICIO 3 Representa una gráfica aproximada de la función $f(x) = \frac{2x^2+3x-2}{x}$ a partir de su dominio, cortes con los ejes y asíntotas. (3,5 puntos)



SOLUCIÓN

$$1a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{\sqrt{x+6}-3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(\sqrt{x+6}+3)}{(\sqrt{x+6}-3)(\sqrt{x+6}+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(\sqrt{x+6}+3)}{x+6-9} = \lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x+6}+3) = 6$$

$$1b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{|2x-4|} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-3}{|2x-4|} = -\infty \quad \text{ya que para } x = 1.999 \text{ } y = -500,5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-3}{|2x-4|} = -\infty \quad \text{ya que para } x = 2.001 \text{ } y = -499.5$$

$$1c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 3^x}{6^x + 4^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{6^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} 0, 5^x = 0$$

$$1d) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{2x^3-7x^2+2x+3} = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{2x^3-7x^2+2x+3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)(x-3)}{(2x^2-x-1)(x-3)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{(2x^2-x-1)} = \frac{6}{14}$$

El numerador es un producto notable que se descompone como $(x+3)(x-3)$

Para el denominador hacemos la regla de Ruffini. Una solución es 3.

$$\begin{array}{r} 2 \quad -7 \quad 2 \quad 3 \\ 3 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 6 \quad -3 \quad -3 \\ 2 \quad -1 \quad -1 \quad 0 \end{array}$$

EJERCICIO 2

Para que $f(x)$ sea continua en $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x}{x+2} = \lim_{x \rightarrow 2} (m+1)x^2 + nx \leftrightarrow 1 = 4(m+1) + 2n$$

Para que $f(x)$ sea continua en $x = 3$,

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} (m+1)x^2 + nx = \lim_{x \rightarrow 3} (2x-3) \leftrightarrow 9(m+1) + 3n = 3$$

El sistema queda, después de reducir :

$$4m + 2n = -3 \quad (x-3) \quad -12m - 6n = 9$$

$$9m + 3n = -6 \quad (x2) \quad 18m + 6n = -12$$

Sumando las dos ecuaciones : $6m = -3$ de donde $m = -1/2$. Sustituyendo, $-2 + 2n = -3$ $n = -1/2$

$$\text{EJERCICIO 3} \quad y = \frac{2x^2+3x-2}{x}$$

DOMINIO : $\mathbb{R} - \{0\}$

CORTES EJES : Eje Y (No hay porque $x \neq 0$)

Eje X : $0 = 2x^2 + 3x - 2 \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4}$ luego $x = -2$ o $x = 1/2$

ASÍNTOTAS :

Verticales : $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x} = -\infty \quad \text{ya que } x = 0.001 \quad y = -1997$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x} = \infty \quad \text{ya que si } x = -0.001 \quad y = 2003$$

Horizontales No hay

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 2x = \pm\infty$$

Oblicuas $y = ax + b$ $a = 2$ $b = 3$ $y = 2x + 3$

$$a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{2x^2 + 3x - 2}{x} - 2x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x} - \frac{2x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x - 2}{x} = 3$$

