

Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Dada la función $f(x) = f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x} & \text{si } x < -1 \\ x+1 & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ -2x^2 + kx & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- a) Estudiar la continuidad de f en el punto $x = -1$. **(0,5 puntos)**
- b) Hallar el valor de k para que f sea continua en $x = 1$. **(1 punto)**
- c) Para el valor de k hallado en el apartado anterior, representa gráficamente la función f . **(1 punto)**

2. Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{4x^3}{\sqrt[4]{x}}$ **(0,5 puntos)**

b) $y = \frac{2x^3 - x + 1}{3x^2 - 1}$ **(0,5 puntos)**

c) $y = \sqrt{x^3 - x + 2}$ **(0,5 puntos)**

3. Sea la función $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$. Calcula:

- a) El dominio y los puntos de corte con los ejes. **(0,5 puntos)**
- b) Las asíntotas. **(0,5 puntos)**
- c) Los intervalos donde la función es estrictamente creciente y estrictamente decreciente. Hallar asimismo los máximos y mínimos relativos de la función. **(1 punto)**
- d) Representación gráfica. **(1 punto)**

4. A un grupo de 30 personas se les ha tomado el número de pulsaciones por minuto (ritmo cardíaco), obteniéndose los resultados que muestran la siguiente tabla:

Pulsaciones	(50, 56]	(56, 62]	(62, 68]	(68, 74]	(74, 80]	(80, 86]	(86, 92]
Personas	1	1	4	9	6	5	4

- a) Dibujar el histograma y el polígono de frecuencias. **(0,5 puntos)**
- b) Calcular la media aritmética, la mediana y la moda. **(1 punto)**
- c) Calcular la varianza y la desviación típica. **(1 punto)**
- d) Calcular el coeficiente de variación e interpretar el resultado. **(0,5 puntos)**

TERCERA EVALUACIÓN

① a) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \frac{-1}{-1} = 1$

$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -1 + 1 = 0$

f no es continua en $x = -1$ pues

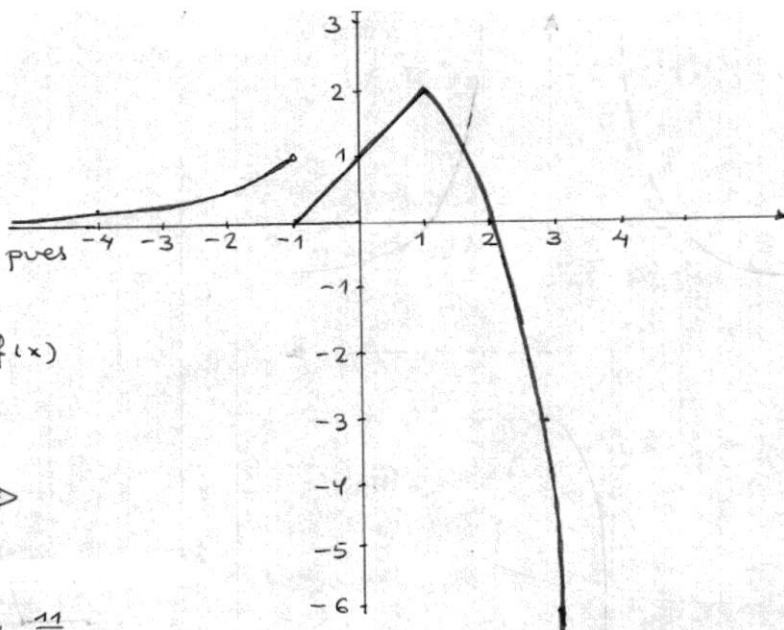
$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

$\Rightarrow$ por tanto no existe $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

Hay una discontinuidad de SALTO de longitud 1.

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Rightarrow$

$2 = -2 + k \Rightarrow \underline{k = 4}$



② a) $y = \frac{4x^3}{\sqrt[4]{x}} = \frac{4x^3}{x^{1/4}} = 4x^{11/4} \Rightarrow$

$y' = 4 \cdot \frac{11}{4} x^{11/4 - 1} = 11x^{7/4} = 11 \sqrt[4]{x^7} = 11x \sqrt[4]{x^3}$

b) $y' = \frac{(6x^2-1)(3x^2-1) - (2x^3-x+1)6x}{(3x^2-1)^2} = \frac{18x^4-6x^2-3x^2+1-12x^4+6x^2-6x}{(3x^2-1)^2}$
 $= \frac{6x^4-3x^2-6x+1}{(3x^2-1)^2}$

c) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^3-x+2}} \cdot (3x^2-1) = \frac{3x^2-1}{2\sqrt{x^3-x+2}}$

③ a) $x^2-1=0 \Leftrightarrow x=\pm 1 \Rightarrow \text{Dom}f = \mathbb{R} - \{1, -1\}$

Puntos de corte eje X: $y=0 \Leftrightarrow x^2+1=0$ (que no tiene solución).

No hay puntos de corte con el eje X.

Puntos de corte eje Y: $x=0 \Rightarrow y=-1 : \underline{(0, -1)}$

b) Horizontales: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{x^2-1} = 1 \Rightarrow \underline{x=1}$ es la asíntota horizontal.

Verticales: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$ y $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \infty \Rightarrow \underline{y=1}, \underline{y=-1}$ son las asíntotas verticales.

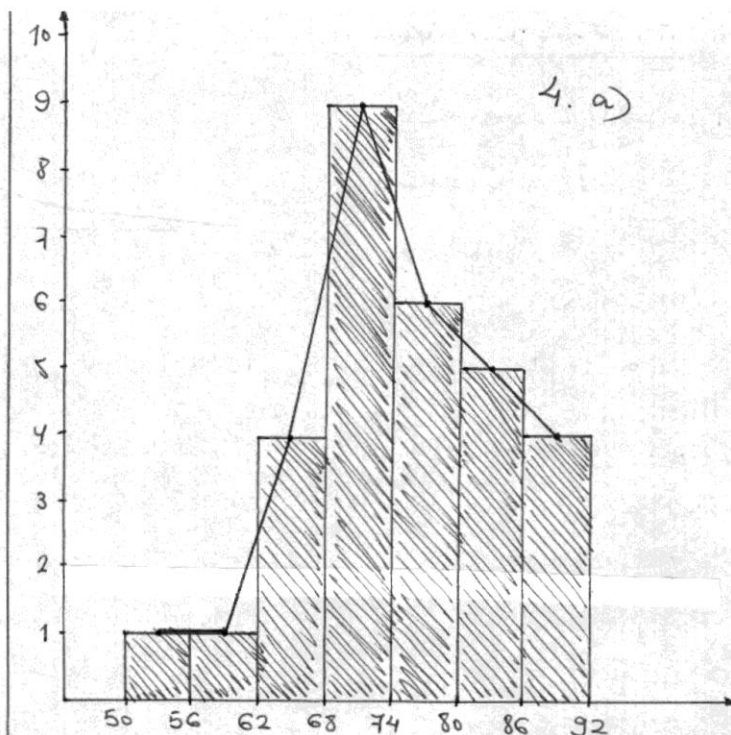
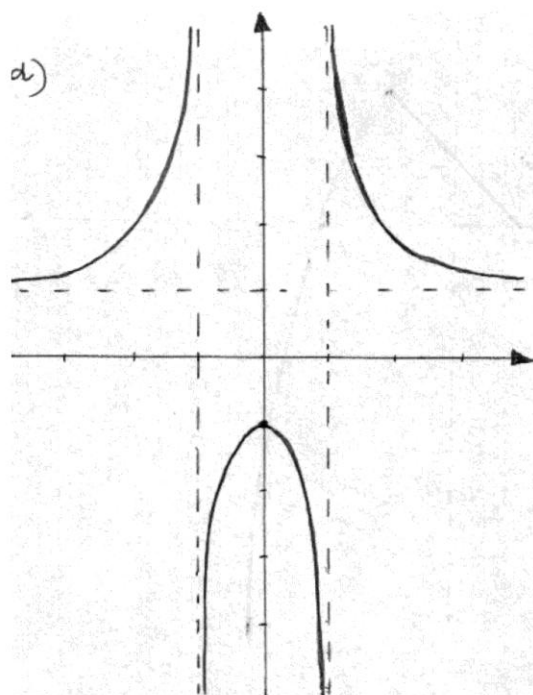
c) $f'(x) = \frac{2x(x^2-1) - (x^2+1)2x}{(x^2-1)^2} = \frac{2x^3-2x-2x^3-2x}{(x^2-1)^2} = \frac{-4x}{(x^2-1)^2}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow -4x=0 \Leftrightarrow x=0$ (POSIBLE EXTREMO RELATIVO)

f' $\begin{array}{ccccccc} & + & & + & & - & & - \\ \nearrow & -1 & \nearrow & 0 & \searrow & 1 & \searrow & \end{array}$ Entonces: $x=0$ es un MÁXIMO RELATIVO $(0, -1)$.

f es estrictamente creciente en $(-\infty, 0)$

f es estrictamente decreciente en $(0, +\infty)$



4)

	x_i	n_i	N_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
(50, 56]	53	1	1	53	2809
(56, 62]	59	1	2	59	3481
(62, 68]	65	4	6	260	16900
(68, 74]	71	9	15	639	45369
(74, 80]	77	6	21	462	35574
(80, 86]	83	5	26	415	34445
(86, 92]	89	4	30	356	31684
		30		2244	170262

$$b) \bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{N} = \frac{2244}{30} = \underline{\underline{74'8}}$$

$$\frac{N}{2} = 15$$

$$Me = e_{i-1} + \frac{N/2 - N_{i-1}}{N_i - N_{i-1}} \cdot a_i = 68 + \frac{15 - 6}{15 - 6} \cdot 6 = \underline{\underline{74}}$$

$$Mo = e_{i-1} + \frac{n_i - n_{i-1}}{(n_i - n_{i-1}) + (n_i - n_{i+1})} \cdot a_i = 68 + \frac{9 - 4}{(9 - 4) + (9 - 6)} \cdot 6 = \underline{\underline{71'75}}$$

$$c) Var(x) = \sigma^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{170262}{30} - 74'8^2 = \underline{\underline{80'36}}$$

$$\sigma = +\sqrt{Var(x)} = +\sqrt{80'36} = \underline{\underline{8'96}}$$

d) $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{8'96}{74'8} = 0'12$. Como el coeficiente de variación es muy cercano a cero, la distribución de los datos es muy homogénea: la media (74'8 pulsaciones por minuto) representa muy bien a la población.