

FUNCIONES

1.- Calcula el dominio y los puntos de intersección con los ejes de las funciones:

$$a) y = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$$

$$b) y = \sqrt{x^2 - 9}$$

Sol: a) (-2,0), (2,0), Dom: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$; b) (-3,0), (3,0), Dom: $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

2.- Calcula el dominio de las siguientes funciones:

$$a) y = x^2 + 1$$

$$b) y = -x + 2$$

$$c) y = \frac{x+2}{x-2}$$

$$d) y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

$$e) y = \sqrt{x+2}$$

$$f) y = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$$

$$g) y = \frac{x+2}{x^2 - 4}$$

$$h) y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x}}$$

Sol: a) \mathbb{R} ; b) \mathbb{R} ; c) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$; d) $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$; e) $[-2, +\infty)$; f) $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$; g) $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$; h) $[-2, 0) \cup [2, +\infty)$

3.- Representa las funciones:

$$a) y = 2$$

$$b) y = x + 3$$

$$c) y = -3x$$

$$d) y = x^2 + 2x - 3$$

$$e) y = \begin{cases} x & \text{si } x < 2 \\ 2x & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$f) y = \begin{cases} x - 2 & \text{si } x \leq 2 \\ 0 & \text{si } 2 < x < 5 \\ -x + 10 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

4.- Siendo $f(x) = x^2 + 1$; $g(x) = \frac{x-2}{x}$ y $h(x) = \frac{x^2}{x-1}$. Calcular:

$$a) (h \circ g)(x)$$

$$b) (f \circ g)(x)$$

$$c) (f \circ h)(x)$$

$$d) (g \circ h)(x)$$

$$e) f^{-1}(x)$$

$$f) g^{-1}(x)$$

Sol: a) $\frac{(x-2)^2}{x^2(x-1)}$; b) $\frac{(x-2)^2}{x^2} + 1$; c) $\left(\frac{x^2}{x-2}\right)^2 + 1$; d) $\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}$; e) $y = \pm \sqrt{x-1}$; f) $y = \frac{-2}{x-1}$

5.- Hallar la función inversa de:

$$a) y = \frac{2x+1}{x+3}$$

$$b) y = \frac{x+5}{2x-2}$$

$$c) y = \frac{x-1}{x+2}$$

$$d) y = \frac{2x+1}{x-1}$$

Sol: a) $y = \frac{1-3x}{x-2}$; b) $y = \frac{2x+5}{2x-1}$; c) $y = \frac{2x+1}{1-x}$; d) $y = \frac{x+1}{x-2}$

6.- Dadas las funciones: $f(x) = x^3 + x$ y $g(x) = x^2$. Calcular:

$$a) (f \cdot g)(x)$$

$$b) \left(\frac{f}{g}\right)(x)$$

$$c) \left(\frac{g}{f}\right)(x)$$

$$d) (f \circ g)(x)$$

$$e) (g \circ f)(x)$$

$$f) g^{-1}(x)$$

Sol: a) $x^5 + x^3$; b) $(x^2+1)/x$; c) $x/(x^2+1)$; d) $x^6 + x^2$; e) $(x^3+x)^2$; f) \sqrt{x}

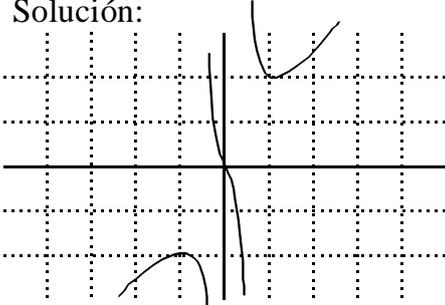
7.- Los gastos fijos mensuales de una empresa por la fabricación de x televisores son $G = 2.000 + 25x$, en miles de unidades monetarias, y los ingresos mensuales que se obtienen por las ventas son $I = 60x - 0,01x^2$, también en miles de unidades monetarias. ¿Cuántos televisores deben fabricarse para que el beneficio (ingresos menos gastos) sea máximo?

Sol: $B = -0,01x^2 + 35x - 2.000$. Deben fabricarse 1.750 televisores.

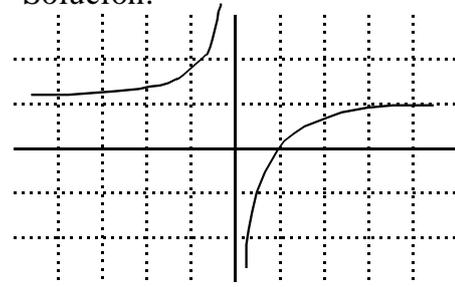
8.- Representa gráficamente las funciones que cumplan las siguientes condiciones:

- a) Dominio: $\mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$; asíntotas: $x=-1$, $x=1$, $y=x$; máximo en $(-2,-4)$; mínimo en $(2,4)$; $f(0)=0$; decrece en $(-1,1)$
 b) Dominio: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$; asíntotas: $x=0$; $y=1$; creciente en $(-\infty,0)$ y $(0,+\infty)$. Corte en $(1,0)$.

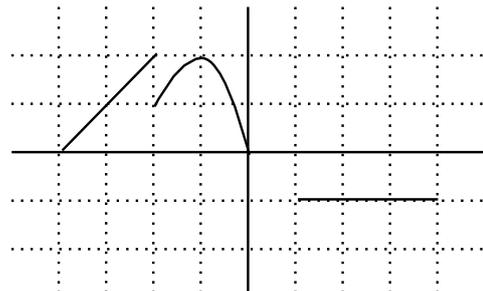
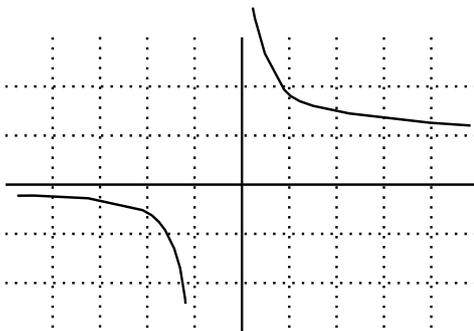
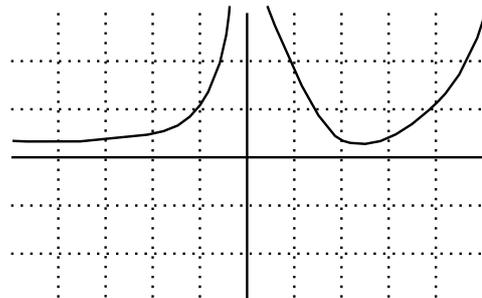
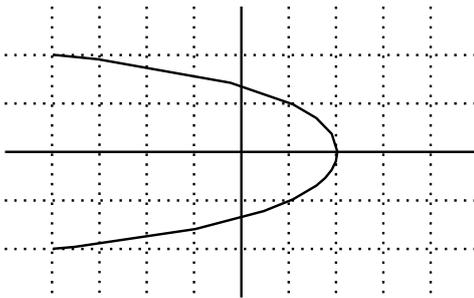
Solución:



Solución:



9.- Dadas las siguientes gráficas, di si son funciones o no y en las que lo sean haz un estudio completo de las mismas (Dominio, recorrido, puntos de corte, continuidad, monotonía, puntos extremos, curvatura, asíntotas).



Sol: a) No es función; b) Dom: $(-\infty,0) \cup (0,+\infty)$, Img: $(0,+\infty)$; c) Dom: $(-\infty,-1) \cup (0,+\infty)$; d) Dom: $(-4,0) \cup (1,4)$, Img: $[0,2] \cup \{-1\}$

10.- Un agricultor ha recogido 10 toneladas de fruta que, almacenadas, se deterioran a razón de 50 kg por día. Su precio actual en el mercado es de 1'2 € por kilo, pero el precio aumenta a razón de 0'02 € por kilo cada día.

- a) ¿Qué cantidad de fruta le queda pasados t días?
 b) ¿Cuál es el precio de venta por kg en ese momento?
 c) ¿Cuál es la función que expresa el beneficio que obtiene al vender la fruta al día t ?
 d) ¿Cuántos días tienen que pasar para que ese beneficio sea máximo?

Sol: a) $10000-50t$; b) $1'2+0'02t$; c) $-t^2+140t+12000$; d) 70 días