

Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Opera y simplifica las siguientes expresiones: **(2 puntos)**

a) $\frac{(ab^2)^4 (a^{-2}b^3)^3}{(a^4b^2)^{-3}}$

b) $5\sqrt{12} + \sqrt{27} - 2\sqrt{75} + \sqrt{48}$

c) $\log\left(\frac{1000}{0,01}\right)^{-3}$

d) Racionalizar la expresión: $\frac{10}{\sqrt{8} - \sqrt{3}}$

2. Descomponer en factores el polinomio $P(x) = x^3 + 3x^2 - 6x - 8$. **(1 punto)**

3. Utiliza el teorema del resto o la regla de Ruffini para contestar a las siguientes cuestiones:

a) ¿Qué valor debe tener m para que el polinomio $P(x) = 2mx^3 - mx^2 + 20$ sea divisible por $x + 2$? **(0,5 puntos)**

b) ¿Es -1 una raíz del polinomio $Q(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$? **(0,5 puntos)**

4. Resuelve las siguientes ecuaciones: **(2 puntos)**

a) $\frac{x-2}{3} + \frac{x+1}{6} = \frac{x-1}{4} + 1$

b) $\frac{x^2}{2} + x - 1 = \frac{x^2 + 2}{6}$

5. Resuelve los siguientes sistemas, uno de ecuaciones y otro de inecuaciones. La solución del sistema de inecuaciones se dará en forma de intervalo. **(2 puntos)**

a)
$$\begin{cases} \frac{2x}{5} - \frac{6(y+1)}{3} = -y + \frac{x}{5} \\ \frac{x+2y}{6} + \frac{1}{2} = x + 4y \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{4x-12}{5} - \frac{x}{6} > -\frac{1}{2} \\ \frac{3x}{8} > \frac{3x-9}{2} - \frac{2x-8}{3} \end{cases}$$

6. Resuelve gráficamente el siguiente sistema de inecuaciones: **(1 punto)**

$$\begin{cases} 2y - 3x \leq 6 \\ x + y \leq 1 \\ y \geq -1 \end{cases}$$

7. Un comerciante vende la tercera parte de una pieza de tela. Posteriormente vende las $\frac{3}{4}$ partes del resto y ve que le sobran 6 metros. ¿Cuál es la longitud de la pieza? **(1 punto)**

$$\textcircled{1} \text{ a) } \frac{(ab^2)^4 (a^{-2}b^3)^3}{(a^4b^2)^{-3}} = \frac{a^4 b^8 a^{-6} b^9}{a^{-12} b^{-6}} = \frac{a^{-2} b^{17}}{a^{-12} b^{-6}} = \underline{\underline{a^{10} b^{23}}}$$

$$\text{b) } 5\sqrt{12} + \sqrt{27} - 2\sqrt{75} + \sqrt{48} = 5\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{3^3} - 2\sqrt{5^2 \cdot 3} + \sqrt{2^4 \cdot 3} = \\ = 5 \cdot 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} + 2^2\sqrt{3} = 10\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = \\ = \underline{\underline{7\sqrt{3}}}$$

$$\text{c) } \log\left(\frac{1000}{0,01}\right)^{-3} = \log\left(\frac{10^3}{10^{-2}}\right)^{-3} = \log(10^5)^{-3} = \log 10^{-15} = -15 \log 10 = \underline{\underline{-15}}$$

$$\text{d) } \frac{10}{\sqrt{8}-\sqrt{3}} = \frac{10(\sqrt{8}+\sqrt{3})}{(\sqrt{8}-\sqrt{3})(\sqrt{8}+\sqrt{3})} = \frac{10(\sqrt{8}+\sqrt{3})}{8-3} = \frac{10(\sqrt{8}+\sqrt{3})}{5} = \underline{\underline{2(\sqrt{8}+\sqrt{3})}}$$

$$\textcircled{2} \left\{ \begin{array}{c|ccc} 1 & 3 & -6 & -8 \\ -1 & -1 & -2 & 8 \\ \hline 1 & 2 & -8 & 0 \\ 2 & 2 & 8 & \\ \hline 1 & 4 & & 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = (x+1)(x-2)(x+4)$$

$$\textcircled{3} \text{ a) Por el teorema del resto debe ser } P(-2) = 0 \text{ (pues } -2 \text{ es una raíz). Entonces: } 2m(-2)^3 - m(-2)^2 + 20 = 0 \Rightarrow -16m - 4m + 20 = 0 \\ \Rightarrow -20m + 20 = 0 \Rightarrow -20m = -20 \Rightarrow \underline{\underline{m=1}}$$

$$\text{b) } Q(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 + (-1) + 6 = -1 - 4 - 1 + 6 = 0. \text{ Sí es una raíz pues } Q(-1) = 0. \text{ Además el polinomio será divisible entre } x+1.$$

$$\textcircled{4} \text{ a) } \frac{x-2}{3} + \frac{x+1}{6} = \frac{x-1}{4} + 1 \Rightarrow 4(x-2) + 2(x+1) = 3(x-1) + 12 \\ \Rightarrow 4x - 8 + 2x + 2 = 3x - 3 + 12 \Rightarrow 6x - 6 = 3x + 9 \Rightarrow \\ 6x - 3x = 9 + 6 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow \underline{\underline{x=5}}$$

$$\text{b) } \frac{x^2}{2} + x - 1 = \frac{x^2+2}{6} \Rightarrow 3x^2 + 6x - 6 = x^2 + 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2x^2 + 6x - 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-8)}}{2 \cdot 2} = \\ = \frac{-6 \pm \sqrt{36+64}}{4} = \frac{-6 \pm 10}{4} = \begin{cases} \underline{\underline{x_1=1}} \\ \underline{\underline{x_2=-4}} \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \text{ a) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{2x}{5} - \frac{6(y+1)}{3} = -2 + \frac{x}{5} \\ \frac{x+2y}{6} + \frac{1}{2} = x + 4y \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 6x - 30(y+1) = -15y + 3x \\ x + 2y + 3 = 6x + 24y \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} 6x - 30y - 30 = -15y + 3x \\ x + 2y + 3 = 6x + 24y \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3x - 15y = 30 \\ -5x - 22y = -3 \end{array} \right\} \begin{matrix} \times 5 \\ \times 3 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 15x - 75y = 150 \\ -15x - 66y = -9 \end{cases} +$$

$$-141y = 141 \Rightarrow \underline{\underline{y = -1}}$$

Sustituyendo en $3x - 15y = 30$
tenemos: $3x - 15(-1) = 30 \Rightarrow$

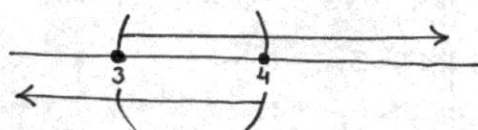
$$3x + 15 = 30 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow \underline{\underline{x = 5}}$$

$$b) \begin{cases} \frac{4x-12}{5} - \frac{x}{6} > -\frac{1}{2} \\ \frac{3x}{8} > \frac{3x-9}{2} - \frac{2x-8}{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 6(4x-12) - 5x > -15 \\ 9x > 12(3x-9) - 8(2x-8) \end{cases}$$

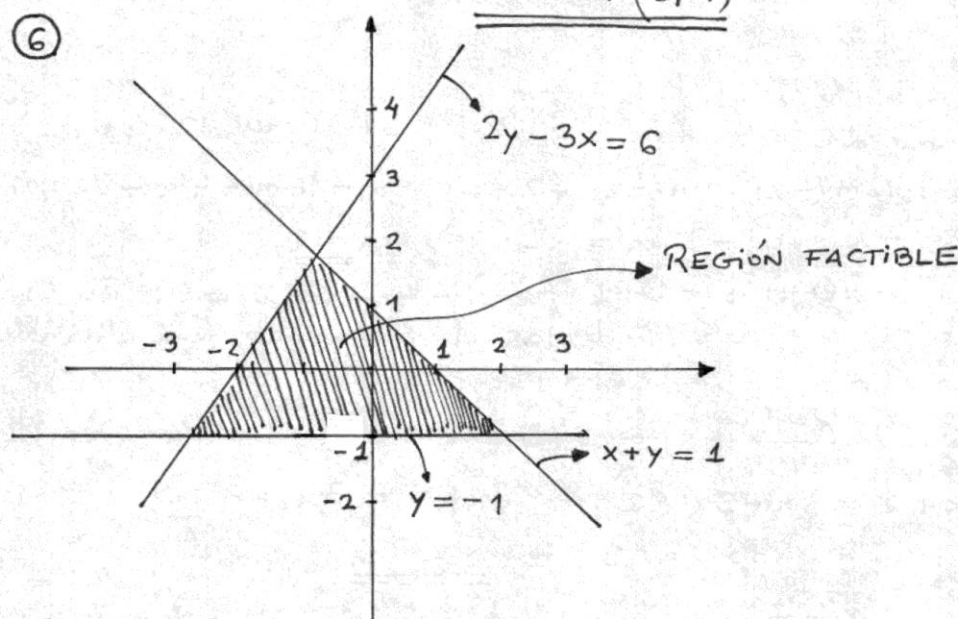
$$\Rightarrow \begin{cases} 24x - 72 - 5x > -15 \\ 9x > 36x - 108 - 16x + 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 19x > 57 \\ -11x > -44 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > \frac{57}{19} \\ x < \frac{-44}{-11} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 4 \end{cases}$$



Solución: (3, 4)

⑥



⑦ Llamemos x a la longitud de la pieza. Entonces:

$$x - \frac{1}{3}x - \frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}x\right) = 6 \Rightarrow x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x = 6$$

[Vende $\frac{1}{3}x$. Luego le quedan $\frac{2}{3}x$. De estos vende $\frac{3}{4}$ partes, es decir, $\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}x\right)$. Al final del todo le quedan 6m]

$$\Rightarrow 6x - 2x - 3x = 36 \Rightarrow \underline{\underline{x = 36 \text{ m. (longitud de la pieza)}}}$$