Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Clasifica cada número en el conjunto más pequeño al que pertenezca ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$):
[1 punto; por cada error se bajarán 0,2 puntos]

   a) $-\frac{7}{3}$; b) $\sqrt[3]{-8}$; c) $6,2655555\ldots$; d) $1,01020304\ldots$; e) $\sqrt{10000}$; f) $\sqrt[4]{-16}$; g) $\frac{12}{6}$

2. Expresa en forma de <u>intervalo</u> el conjunto de números $x \in \mathbb{R}$ que cumplen cada una de estas expresiones: **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $|x-4| \leq 4$; b) $|x+1| > 2$

3. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con radicales. **[1,5 puntos; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $\frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{625}}{\sqrt[4]{25}}$; b) $\sqrt{243}-\sqrt{75}+3\sqrt{8}$; c) $\sqrt[4]{\frac{x}{y}\cdot\sqrt[3]{\frac{y}{x}}}$

4. Racionaliza primero, opera y simplifica después. **[2 puntos, 1 punto por apartado]**

   a) $\frac{7}{\sqrt[5]{3^2}}-\frac{5}{3-\sqrt{2}}$; b) $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

5. Expresa la división de polinomios $\left(3x^3-x^5+x-3x^2+1\right):\left(x^2-x-1\right)$ de la forma $\frac{D}{C}=d+\frac{R}{C}$, donde D es el dividendo, d el divisor, C el cociente y R el resto de la división. **[1 punto]**

6. Enuncia el teorema del resto y contesta a las siguientes cuestiones <u>de manera razonada</u>: **[2 puntos; 0,5 puntos el enunciado del Teorema de Resto, y otros 0,5 puntos por apartado]**

   a) Si la división $P(x):(x-2)$ es exacta, ¿qué puedes afirmar del valor $P(2)$?

   b) Si -5 es una raíz del polinomio $P(x)$, ¿qué puedes afirmar de la división $P(x):(x+5)$?

   c) ¿Qué valor debe tener m para que la siguiente división sea exacta $\left(mx^2-7x+3\right):(x+3)$?

7. Descomponer en producto de factores los polinomios $2x^4-4x^3-14x^2+40x-24$, $4x^3-12x^2+8x$ y luego simplifica la fracción algebraica $\frac{2x^4-4x^3-14x^2+40x-24}{4x^3-12x^2+8x}$. **[1,5 puntos]**

① a) $-\frac{7}{3} \in \mathbb{Q}$; b) $\sqrt[3]{-8} = -2 \in \mathbb{Z}$; c) $6{,}26\hat{5} \in \mathbb{Q}$, porque $6{,}26\hat{5} = \frac{5639}{900}$; d) $1{,}01020304\ldots \in \mathbb{R}$ (es irracional)

e) $\sqrt{10000} = 100 \in \mathbb{N}$; f) $\sqrt[4]{-16}$ no es real porque ningún número elevado a 4 da -16 ; g) $\frac{12}{6} = 2 \in \mathbb{N}$

② a) $|x-4| \leq 4$; $-4 \leq x-4 \leq 4$; $0 \leq x \leq 8$

Solución: $\underline{\underline{x \in [0,8]}}$

b) $|x+1| > 2$. Resuelvo 1º: $|x+1| \leq 2$; $-2 \leq x+1 \leq 2$; $-3 \leq x \leq 1$: $x \in [-3,1]$.
Entonces la solución que buscamos será la contraria: $\underline{\underline{x \in (-\infty,-3) \cup (1,+\infty)}}$

③ a) $$\frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{625}}{\sqrt[4]{25}} = \frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{5^4}}{\sqrt[4]{5^2}} = \frac{\sqrt[12]{5^6}\cdot\sqrt[12]{5^{16}}}{\sqrt[12]{5^6}} = \frac{\sqrt[12]{5^{22}}}{\sqrt[12]{5^6}} = \sqrt[12]{5^{16}} = 5\sqrt[12]{5^4} = \underline{\underline{5\cdot\sqrt[3]{5}}}$$

b) $$\sqrt{243} - \sqrt{75} + 3\sqrt{8} = \sqrt{3^5} - \sqrt{5^2\cdot 3} + 3\sqrt{2^3} = 3^2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 3\cdot 2\sqrt{2} = 9\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 6\sqrt{2} = \underline{\underline{4\sqrt{3} + 6\sqrt{2}}}$$

c) $$\sqrt[4]{\frac{x}{y}\sqrt[3]{\frac{y}{x}}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{\frac{y}{x}\cdot\frac{x^3}{y^3}}} = \sqrt[12]{\frac{x^2}{y^2}} = \underline{\underline{\sqrt[6]{\frac{x}{y}}}}$$

④ a) $$\frac{7}{\sqrt[5]{3^2}} = \frac{7\sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^2}\sqrt[5]{3^3}} = \frac{7\sqrt[5]{27}}{\sqrt[5]{3^5}} = \underline{\underline{\frac{7\sqrt[5]{27}}{3}}}$$

$$\frac{5}{3-\sqrt{2}} = \frac{5(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})} = \frac{15+5\sqrt{2}}{3^2-\sqrt{2}^2} = \underline{\underline{\frac{15+5\sqrt{2}}{7}}}$$

$$* \quad \frac{7}{\sqrt[5]{3^2}} - \frac{5}{3-\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt[5]{27}}{3} - \frac{15+5\sqrt{2}}{7} = \frac{49\sqrt[5]{27}}{21} - \frac{45+15\sqrt{2}}{21} = \underline{\underline{\frac{49\sqrt[5]{27} - 45 - 15\sqrt{2}}{21}}}$$

b) $$\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{2}+\sqrt{3})(2\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(2\sqrt{2}-\sqrt{3})(2\sqrt{2}+\sqrt{3})} =$$

$$\frac{4\cdot 2+2\sqrt{6}+2\sqrt{6}+3}{(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{11+4\sqrt{6}}{4\cdot 2-3} = \underline{\underline{\frac{11+4\sqrt{6}}{5}}}$$

5) Division:

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
-x^5 & & +3x^3 & -3x^2 & +x & +1 & x^2-x-1 \\
+x^5 & -x^4 & -x^3 & & & & \overline{-x^3-x^2+x-3} \\
\hline
 & -x^4 & +2x^3 & -3x^2 & +x & +1 & \\
 & +x^4 & -x^3 & -x^2 & & & \\
\hline
 & & x^3 & -4x^2 & +x & +1 & \\
 & & -x^3 & +x^2 & +x & & \\
\hline
 & & & -3x^2 & +2x & +1 & \\
 & & & +3x^2 & -3x & -3 & \\
\hline
 & & & & -x & -2 &
\end{array}$$

$$\frac{-x^5+3x^3-3x^2+x+1}{-x^3-x^2+x-3} = x^2-x-1+\frac{-x-2}{-x^3-x^2+x-3}$$

6) Teorema del resto: el resto R de dividir $P(x)$ entre $x-a$ coincide con $P(a)$: $R=P(a)$.

a) Si es exacta es resto es cero, entonces $P(2)=0$.

b) Si -5 es raíz, entonces $P(-5)=0$ y la división es exacta

c) $m(-3)^2-7(-3)+3=0 \Rightarrow 9m+21+3=0 \Rightarrow 9m=-24$

$$\Rightarrow \underline{\underline{m=-\frac{24}{9}=-\frac{8}{3}}}$$

7)

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 2 & -4 & -14 & 40 & -24 \\
1 & & 2 & -2 & -16 & 24 \\
\hline
 & 2 & -2 & -16 & 24 & \boxed{0} \\
2 & & 4 & 4 & -24 & \\
\hline
 & 2 & 2 & -12 & \boxed{0} & \\
2 & & 4 & 12 & & \\
\hline
 & 2 & 6 & \boxed{0} & & \\
-3 & & -6 & & & \\
\hline
 & 2 & \boxed{0} & & &
\end{array}$$

$4x^3-12x^2+8x = 4x(x^2-3x+2)$

$$\begin{array}{r|rrr}
 & 1 & -3 & 2 \\
1 & & 1 & -2 \\
\hline
 & 1 & -2 & \boxed{0} \\
2 & & 2 & \\
\hline
 & 1 & \boxed{0} &
\end{array}$$

$2x^4-4x^3-14x^2+40x-24 = \underline{\underline{2(x-1)(x-2)^2(x+3)}}$

$4x^3-12x^2+8x = \underline{\underline{4x(x-1)(x-2)}}$

$$\frac{2x^4-4x^3-14x^2+40x-24}{4x^3-12x^2+8x} = \frac{2(x-1)(x-2)^2(x+3)}{4x(x-1)(x-2)} = \underline{\underline{\frac{(x-2)(x+3)}{2x}}}$$