Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Opera y simplifica **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**:

a) $\dfrac{\left(2x^{-1}y^{2}\right)^{-3}\left(x^{-2}\right)^{-5}\left(3y^{-2}\right)^{2}}{\left(3x^{3}\right)^{3}\left(xy^{-2}\right)\left(2x^{-2}y\right)^{-2}}=$

b) $\left[\left(a^{2}\right)^{-3}\left(\dfrac{1}{a^{-1}}\right)^{4}\right]^{-2}\left(\dfrac{1}{a}\right)^{4}=$

2. Efectúa las siguientes operaciones con radicales y simplifica el resultado **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**:

a) $\dfrac{\sqrt[4]{xy}\,\sqrt[3]{x^{2}y}}{\sqrt[6]{x^{5}y^{3}}}=$

b) $5\sqrt{27}-2\sqrt{12}-2\sqrt{243}+3\sqrt{75}=$

3. Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**:

a) $\dfrac{4}{\sqrt[5]{16}} =$

b) $\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} =$

4. Realiza la factorización de los siguientes polinomios y señala en cada caso cuáles son sus raíces **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $x^4+2x^3-3x^2-4x+4$

b) $3x^3-14x^2+17x-6$

5. Sea p(x) = $3ax^3 - bx + 1$. Si se divide p(x) entre x – 1 el resto es 2 y si se divide p(x) entre x – 2 el resto es 21. Hallar a y b. **(1 punto)**

6. Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas **(1 punto)**:

$$\frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1} - \frac{x+2}{x-1} =$$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones **(2 puntos; 1 punto por apartado):**

a) $\sqrt{x+1}-1=x-2$

b) $\frac{1}{x}+\frac{2}{x+1}=2$

8. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones **(1 punto)**

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2}-\frac{1+y}{3}=x-1 \\ \frac{5x-y}{4}+y=2x \end{cases}$$

I.E.S. "Fernando de Mena" ***Departamento de Matemáticas***

Examen de Matemáticas CCSS I ***4 de diciembre de 2007***
Final de la 1ª Evaluación ***Curso: 1º de Bachillerato C***

Apellidos:	**Calificación:**
Nombre:	

1. Opera y simplifica **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**:

a) $$\frac{(2x^{-1}y^2)^{-3}(x^{-2})^{-5}(3y^{-2})^2}{(3x^3)^3(xy^{-2})(2x^{-2}y)^{-2}} = \frac{2^{-3}x^3y^{-6}x^{10}3^2y^{-4}}{3^3x^9xy^{-2}2^{-2}x^4y^{-2}} =$$

$$= \frac{2^{-3}\cdot 3^2\cdot x^{13}\cdot y^{-10}}{2^{-2}\cdot 3^3\, x^{14}\, y^{-4}} = 2^{-1}\cdot 3^{-1}\cdot x^{-1}y^{-6} = \frac{1}{2\cdot 3xy^6} = \underline{\underline{\frac{1}{6xy^6}}}$$

b) $$\left[(a^2)^{-3}\left(\frac{1}{a^{-1}}\right)^4\right]^{-2}\left(\frac{1}{a}\right)^4 = \left(a^{-6}\frac{1}{a^{-4}}\right)^{-2}\cdot\frac{1}{a^4} = \left(\frac{a^{-6}}{a^{-4}}\right)^{-2}\cdot\frac{1}{a^4} =$$

$$= \frac{a^{12}}{a^8}\cdot\frac{1}{a^4} = \frac{a^{12}}{a^{12}} = \underline{\underline{1}}$$

2. Efectúa las siguientes operaciones con radicales y simplifica el resultado **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**:

a) $$\frac{\sqrt[4]{xy}\sqrt[3]{x^2y}}{\sqrt[6]{x^5y^3}} = \frac{\sqrt[12]{x^3y^3}\sqrt[12]{x^8y^4}}{\sqrt[12]{x^{10}y^6}} = \sqrt[12]{\frac{x^{11}y^7}{x^{10}y^6}} =$$

$$= \underline{\underline{\sqrt[12]{xy}}}$$

b) $$5\sqrt{27} - 2\sqrt{12} - 2\sqrt{243} + 3\sqrt{75} = 5\sqrt{3^3} - 2\sqrt{2^2\cdot 3} - 2\sqrt{3^5} + 3\sqrt{5^2\cdot 3} =$$

$$= 5\cdot 3\sqrt{3} - 2\cdot 2\sqrt{3} - 2\cdot 3^2\sqrt{3} + 3\cdot 5\sqrt{3} =$$

$$= 15\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 18\sqrt{3} + 15\sqrt{3} =$$

$$= (15 - 4 - 18 + 15)\sqrt{3} = \underline{\underline{8\sqrt{3}}}$$

3. Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**:

a) $\frac{4}{\sqrt[5]{16}} = \frac{4}{\sqrt[5]{2^4}} = \frac{4\cdot\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{2^4}\ \sqrt[5]{2}} = \frac{4\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{2^5}} =$

$= \frac{4\sqrt[5]{2}}{2} = \underline{\underline{2\sqrt[5]{2}}}$

b) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} = \frac{7+\sqrt{35}+\sqrt{35}+5}{\sqrt{7}^2-\sqrt{5}^2} =$

$= \frac{12+2\sqrt{35}}{7-5} = \frac{12+2\sqrt{35}}{2} = \underline{\underline{6+\sqrt{35}}}$

4. Realiza la factorización de los siguientes polinomios y señala en cada caso cuáles son sus raíces **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $x^4+2x^3-3x^2-4x+4$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & 2 & -3 & -4 & 4 \\
1 & & 1 & 3 & 0 & -4 \\ \hline
 & 1 & 3 & 0 & -4 & \boxed{0} \\
1 & & 1 & 4 & 4 & \\ \hline
 & 1 & 4 & 4 & \boxed{0} & \\
-2 & & -2 & -4 & & \\ \hline
 & 1 & 2 & \boxed{0} & & \\
-2 & & -2 & & & \\ \hline
 & 1 & \boxed{0} & & &
\end{array}$$

• Factorización:

$(x-1)(x-1)(x+2)(x+2) =$

$= \underline{\underline{(x-1)^2(x+2)^2}}$

• Raíces:

$\underline{\underline{1 \text{ (doble) y } -2 \text{ (doble)}}}$

b) $3x^3-14x^2+17x-6$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 3 & -14 & 17 & -6 \\
1 & & 3 & -11 & 6 \\ \hline
 & 3 & -11 & 6 & \boxed{0} \\
3 & & 9 & -6 & \\ \hline
 & 3 & -2 & \boxed{0} & \\
\frac{2}{3} & & 2 & & \\ \hline
 & 3 & \boxed{0} & &
\end{array}$$

• Factorización

$(x-1)(x-3)(3x-2) =$

$= \underline{\underline{3(x-1)(x-3)\left(x-\frac{2}{3}\right)}}$

• Raíces

$\underline{\underline{1,\ 3 \text{ y } \frac{2}{3}}}$

5. Sea $p(x) = 3ax^3 - bx + 1$. Si se divide p(x) entre x – 1 el resto es 2 y si se divide p(x) entre x – 2 el resto es 21. Hallar a y b. **(1 punto)**

Por el teorema del resto, si sustituimos por $x = 1$ el valor numérico de $p(x)$ es 2 y si sustituimos por $x = 2$, el valor numérico es 21. Es decir $p(1) = 2$ y $p(2) = 21$. Por tanto:

$$\left.\begin{array}{l} 3a \cdot 1^3 - b \cdot 1 + 1 = 2 \\ 3a \cdot 2^3 - b \cdot 2 + 1 = 21 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3a - b + 1 = 2 \\ 24a - 2b + 1 = 20 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} 3a - b = 1 \\ 24a - 2b = 20 \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{REDUCCIÓN}]{\times(-2)} \left.\begin{array}{l} -6a + 2b = -2 \\ 24a - 2b = 20 \end{array}\right\} +$$

$$18a = 18 \Rightarrow a = 1$$

Sustituyendo:

$$3 \cdot 1 - b = 1 \Rightarrow 3 - b = 1 \Rightarrow -b = 1 - 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -b = -2 \Rightarrow b = 2$$

6. Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas **(1 punto)**:

$$\frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1} - \frac{x+2}{x-1} = (*)$$

$$\left.\begin{array}{l} x + 1 = x + 1 \\ x^2 - 1 = (x+1)(x-1) \\ x - 1 = x - 1 \end{array}\right\} \text{MCM} = (x+1)(x-1)$$

$$(*) = \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} + \frac{2x}{(x+1)(x-1)} - \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x-1)} =$$

$$= \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} + \frac{2x}{(x+1)(x-1)} - \frac{x^2+3x+2}{(x+1)(x-1)} =$$

$$= \frac{x - 1 + 2x - x^2 - 3x - 2}{(x+1)(x-1)} = \frac{-x^2-3}{x^2-1}$$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones **(2 puntos; 1 punto por apartado):**

a) $\sqrt{x+1}-1=x-2$; $\sqrt{x+1}=x-2+1$; $\sqrt{x+1}=x-1$;

$\left(\sqrt{x+1}\right)^2=(x-1)^2$; $x+1=x^2-2x+1$;

$-x^2+3x=0$; $x(-x+3)=0$ ⟨ $\underline{\underline{x=0}}$; $-x+3=0$; $\underline{\underline{x=3}}$

b) $\frac{1}{x}+\frac{2}{x+1}=2$ Multipliquemos todos los términos por $x(x+1)$: $x(x+1)\frac{1}{x}+x(x+1)\frac{2}{x+1}=2x(x+1)$;

$x+1+2x=2x^2+2x$; $\underline{-2x^2+x+1=0}$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-2)\cdot 1}}{2\cdot(-2)}=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{-4}=$$

$$=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{-4}=\frac{-1\pm 3}{-4}=$$

⟨ $x_1=\frac{2}{-4}$; $\underline{\underline{x_1=-\frac{1}{2}}}$; $x_2=\frac{-4}{-4}$; $\underline{\underline{x_2=1}}$

8. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones **(1 punto)**

$$\begin{cases}\frac{x+y}{2}-\frac{1+y}{3}=x-1\\ \frac{5x-y}{4}+y=2x\end{cases}$$

Multiplicando todos los términos de la 1ª ecuación por 6 y todos los de la 2ª por 4 se obtiene:

$$\left.\begin{array}{l}3(x+y)-2(1+y)=6x-6\\ 5x-y+4y=8x\end{array}\right\} ; \left.\begin{array}{l}3x+3y-2-2y=6x-6\\ 5x-y+4y=8x\end{array}\right\} ;$$

$$\left.\begin{array}{l}3x+y-2=6x-6\\ 5x+3y=8x\end{array}\right\} ; \left.\begin{array}{l}-3x+y=-4\\ -3x+3y=0\end{array}\right\} \times(-1)$$ REDUCCIÓN

$$\left.\begin{array}{l}-3x+y=-4\\ 3x-3y=0\end{array}\right\} +$$

$-2y=-4$; $\underline{\underline{y=2}}$

Sustituyendo $y=2$ en

$-3x+3y=0$; $-3x+3\cdot 2=0$;

$-3x+6=0$; $-3x=-6$;

$\underline{\underline{x=2}}$