

Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con radicales. [1 punto; 0,5 puntos por apartado]

a) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4a} \cdot \sqrt[6]{2a}}{\sqrt[3]{2a^2}}$; b) $\sqrt{24} + 7\sqrt{6} - 2\sqrt{486}$

2. Racionaliza y simplifica. [1 puntos, 0,5 puntos por apartado]

a) $\frac{a}{\sqrt[9]{a^5}}$; b) $\frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{7\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$

3. Calcula el valor de k para que el polinomio $P(x) = 2x^3 - kx^2 + 6$ sea divisible por $x + 1$. [1 punto]

4. Factoriza los siguientes polinomios. [1 punto; 0,5 puntos por apartado]

a) $x^4 - 9x^2 - 4x + 12$; b) $8x^3 + 14x^2 - 7x - 6$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones. [2 puntos; 1 punto por ecuación]

a) $\sqrt{10x+6} = \sqrt{5x-6} + 3$; b) $\frac{6-x}{3} - \frac{3(x-4)}{6+x} = \frac{x-2}{3}$

6. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones (el segundo debes resolverlo por el método de Gauss) [2 puntos; 1 punto por sistema]

a) $\begin{cases} y^2 - 2y = x - 1 \\ \sqrt{x} + y = 5 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x + 3y - z = 5 \\ -x + y - z = -2 \end{cases}$

7. Resuelve las siguientes inecuación de segundo grado y expresa la solución en forma de intervalo. [1 punto]

$$\frac{x^2}{2} + x - 1 > \frac{x^2 + 2}{6}$$

8. Resuelve gráficamente el siguiente sistema de inecuaciones, indicando claramente la región solución. [1 punto]

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 12 \\ x + 2y \geq 0 \\ y \leq 1 \end{cases}$$

$$\underline{= 8(x+2)\left(x-\frac{3}{4}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \text{ a) } \sqrt{10x+6} &= \sqrt{5x-6} + 3 \Rightarrow (\sqrt{10x+6})^2 = (\sqrt{5x-6} + 3)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 10x+6 &= 5x-6 + 6\sqrt{5x-6} + 9 \Rightarrow 5x+3 = 6\sqrt{5x-6} \Rightarrow \\ (5x+3)^2 &= (6\sqrt{5x-6})^2 \Rightarrow 25x^2 + 30x + 9 = 36(5x-6) \Rightarrow \\ \Rightarrow 25x^2 + 30x + 9 &= 180x - 216 \Rightarrow 25x^2 - 150x + 225 = 0 \\ x &= \frac{150 \pm \sqrt{(-150)^2 - 4 \cdot 25 \cdot 225}}{2 \cdot 25} = \frac{150 \pm \sqrt{22500 - 22500}}{50} = \\ &= \frac{150 \pm 0}{50} = 3 \Rightarrow \underline{\underline{x=3}} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{6-x}{3} - \frac{3(x-4)}{6+x} = \frac{x-2}{3}$$

Multipliquemos todos los términos por $3 \cdot (6+x)$:

$$(6-x)(6+x) - 3(x-4) \cdot 3 = (x-2)(6+x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 36 - x^2 - 9x + 36 = 6x + x^2 - 12 - 2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2x^2 - 13x + 84 = 0$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{13^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 84}}{2 \cdot (-2)} = \frac{13 \pm \sqrt{841}}{-4} = \frac{13 \pm 29}{-4} =$$

$$= \begin{cases} x_1 = \frac{42}{-4} \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = -\frac{21}{2}}} \\ x_2 = \frac{-16}{-4} \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = 4}} \end{cases}$$

$$\textcircled{6} \text{ a) } \begin{cases} y^2 - 2y = x - 1 & \text{De la 1ª ecuación } x = y^2 - 2y + 1 (*) \\ \sqrt{x} + y = 5 & \text{Sustituyendo en la segunda:} \end{cases}$$

$$\sqrt{y^2 - 2y + 1} + y = 5 \Rightarrow \sqrt{y^2 - 2y + 1} = 5 - y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\sqrt{y^2 - 2y + 1})^2 = (5 - y)^2 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = 25 + y^2 - 10y$$

$$\Rightarrow 8y = 24 \Rightarrow \underline{\underline{y = 3}}$$

$$\text{Sustituyendo en } (*): x = 3^2 - 2 \cdot 3 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x = 4}}$$

$$b) \begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x + 3y - z = 5 \\ -x + y - z = -2 \end{cases} \xrightarrow{\substack{I_2 - 2I_1 \\ I_3 + I_1}} \begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 5y - 5z = -5 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\boxed{z=3} ; 5y - 5 \cdot 3 = -5 \Rightarrow 5y = 10 \Rightarrow \boxed{y=2}$$

$$x - 2 + 2 \cdot 3 = 5 \Rightarrow x - 2 + 6 = 5 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

$$7) \frac{x^2}{2} + x - 1 > \frac{x^2 + 2}{6} \Rightarrow 3x^2 + 6x - 6 > x^2 + 2 \Rightarrow \underline{2x^2 + 6x - 8 > 0}$$

Resolvamos la ecuación $2x^2 + 6x - 8 = 0$:

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-8)}}{2 \cdot 2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 64}}{4} = \frac{-6 \pm 10}{4} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

$$\text{Entonces } 2x^2 + 6x - 8 > 0 \Leftrightarrow \underline{2(x-1)(x+4) > 0}$$

	$(-\infty, -4)$	$(-4, 1)$	$(1, +\infty)$
$x-1$	-	-	+
$x+4$	-	+	+
$2(x-1)(x+4)$	+	-	+

Solución:

$$\underline{\underline{(-\infty, -4) \cup (1, +\infty)}}$$

