Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con radicales. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{8}}{2\sqrt[4]{4}}}$; b) $2\sqrt{3}-4\sqrt{12}+2\sqrt{27}-5\sqrt{75}$

2. Elimina la raíz de los denominadores y simplifica. **[1 punto, 0,5 puntos por apartado]**

   a) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}}$; b) $\dfrac{2-\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$

3. Calcula el valor de *k* sabiendo que $x=3$ es una raíz del polinomio $P(x)=x^2-9x+k$ ¿Tiene alguna otra raíz? **[1 punto]**

4. Factoriza los siguientes polinomios. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $x^3-2x^2-9x+18$; b) $x^4+3x^3-4x^2-12x$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones. **[2 puntos; 1 punto por ecuación]**

   a) $\sqrt{x-3}+\sqrt{x+2}=5$; b) $\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{x^2}{3}=\dfrac{28}{9}$

6. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones (el segundo debes resolverlo por el método de Gauss) **[2 puntos; 1 punto por sistema]**

   a) $\begin{cases}\sqrt{x}+y=7\\ \dfrac{x+1}{y}=1\end{cases}$; b) $\begin{cases}x+y+z=2\\ 2x-y+3z=11\\ x+2y-z=-2\end{cases}$

7. Resuelve las siguientes inecuación de segundo grado y <u>expresa la solución en forma de intervalo</u>. **[1 punto]**

$$\frac{x^2-x}{2}>3$$

8. Resuelve gráficamente el siguiente sistema de inecuaciones, indicando claramente la región solución. **[1 punto]**

$$\begin{cases}x+y\geq 2\\ 2x-y\geq 4\\ x\leq 5\end{cases}$$

1) a) $\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{8}}{2\sqrt[4]{4}}} = \sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{2^3}}{2\sqrt[4]{2^2}}} = \sqrt[3]{\dfrac{\sqrt[4]{2^6}}{\sqrt[4]{2^6}}} = \sqrt[3]{1} = \underline{\underline{1}}$

b) $2\sqrt{3} - 4\sqrt{12} + 2\sqrt{27} - 5\sqrt{75} =$

$= 2\sqrt{3} - 4\sqrt{2^2\cdot 3} + 2\sqrt{3^3} - 5\cdot\sqrt{5^2\cdot 3} =$

$= 2\sqrt{3} - 4\cdot 2\sqrt{3} + 2\cdot 3\sqrt{3} - 5\cdot 5\sqrt{3} =$

$= (2 - 8 + 6 - 25)\sqrt{3} = \underline{\underline{-25\sqrt{3}}}$

2) a) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \dfrac{\sqrt{2}\,\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2}\,\sqrt[3]{2}} = \dfrac{\sqrt[6]{2^3}\,\sqrt[6]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \dfrac{\sqrt[6]{2^5}}{2} = \underline{\underline{\dfrac{\sqrt[6]{32}}{2}}}$

b) $\dfrac{2-\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}} = \dfrac{(2-\sqrt{3})(5+2\sqrt{3})}{(5-2\sqrt{3})(5+2\sqrt{3})} = \dfrac{10+4\sqrt{3}-5\sqrt{3}-2\sqrt{9}}{5^2-(2\sqrt{3})^2} =$

$= \dfrac{10-\sqrt{3}-6}{25-12} = \underline{\underline{\dfrac{4-\sqrt{3}}{13}}}$

3) Como $x=3$ es raíz $\Rightarrow P(3)=0 \Rightarrow 3^2-9\cdot 3+k=0$
$\Rightarrow 9-27+k=0 \Rightarrow -18+k=0 \Rightarrow \underline{\underline{k=18}}$

$P(x) = x^2-9x+18.$

$$\begin{array}{r|rrr}
 & 1 & -9 & 18 \\
3 & & 3 & -18 \\ \hline
 & 1 & -6 & \boxed{0} \\
6 & & 6 & \\ \hline
 & 1 & \boxed{0} &
\end{array}$$

Tiene otra raíz:
$\underline{\underline{x=6}}$

4) a)

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & -2 & -9 & 18 \\
2 & & 2 & 0 & -18 \\ \hline
 & 1 & 0 & -9 & \boxed{0} \\
3 & & 3 & 9 & \\ \hline
 & 1 & 3 & \boxed{0} & \\
-3 & & -3 & & \\ \hline
 & 1 & \boxed{0} & &
\end{array}$$

$x^3-2x^2-9x+18 =$
$= \underline{\underline{(x-2)(x-3)(x+3)}}$

b) $x^4+3x^3-4x^2-12x =$
$= x(x^3+3x^2-4x-12)$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 3 & -4 & -12 \\
-2 & & -2 & -2 & 12 \\ \hline
 & 1 & 1 & -6 & \boxed{0} \\
2 & & 2 & 6 & \\ \hline
 & 1 & 3 & \boxed{0} & \\
-3 & & -3 & & \\ \hline
 & 1 & \boxed{0} & &
\end{array}$$

$x^4+3x^3-4x^2-12x =$
$= \underline{\underline{x(x+2)(x-2)(x+3)}}$

6) a) $\begin{cases} \sqrt{x}+y=7 \\ \dfrac{x+1}{y}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=7-\sqrt{x} \\ y=x+1 \end{cases} \Rightarrow 7-\sqrt{x}=x+1$

$\Rightarrow \sqrt{x}=6-x \Rightarrow x=36-12x+x^2 \Rightarrow \underline{x^2-13x+36=0}$

$x=\dfrac{13\pm\sqrt{169-144}}{2\cdot 1}=\dfrac{13\pm\sqrt{25}}{2}=\dfrac{13\pm 5}{2}= \begin{cases} x_1=9 \\ x_2=4 \end{cases}$

Si $x_1=9 \Rightarrow y_1=10$
Si $x_2=4 \Rightarrow y_2=5$ } Soluciones

La primera de ellas hay que descartarla pues no cumple la primera ecuación:

$\sqrt{9}+10=3+10=13\neq 7$

b) $\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x-y+3z=11 \\ x+2y-z=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=2 \\ -3y+z=7 \\ y-2z=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=2 \\ -3y+z=7 \\ -5z=-5 \end{cases}$

$\Rightarrow \underline{z=1}\ ;\ \underline{y=-2}\ ;\ \underline{x=3}$

5) a) $\sqrt{x-3}+\sqrt{x+2}=5 \Rightarrow \sqrt{x-3}=5-\sqrt{x+2} \Rightarrow$

$x-3=25-10\sqrt{x+2}+x+2 \Rightarrow 10\sqrt{x+2}=30 \Rightarrow$

$\sqrt{x+2}=3 \Rightarrow x+2=9 \Rightarrow \underline{x=7}$

b) $\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{x^2}{3}=\dfrac{28}{9} \Rightarrow 9+3x^4=28x^2 \Rightarrow \underline{3x^4-28x^2+9=0}$

$x^2=\dfrac{28\pm\sqrt{784-108}}{6}=\dfrac{28\pm\sqrt{676}}{6}=\dfrac{28\pm 26}{6}= \begin{cases} 9 \\ 2/6=1/3 \end{cases}$

Si $x^2=9 \Rightarrow x=\pm 3$
Si $x^2=1/3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{1/3}$ } $\rightarrow$ Soluciones

7) $\dfrac{x^2-x}{2}>3 \Rightarrow x^2-x>6 \Rightarrow x^2-x-6>0$

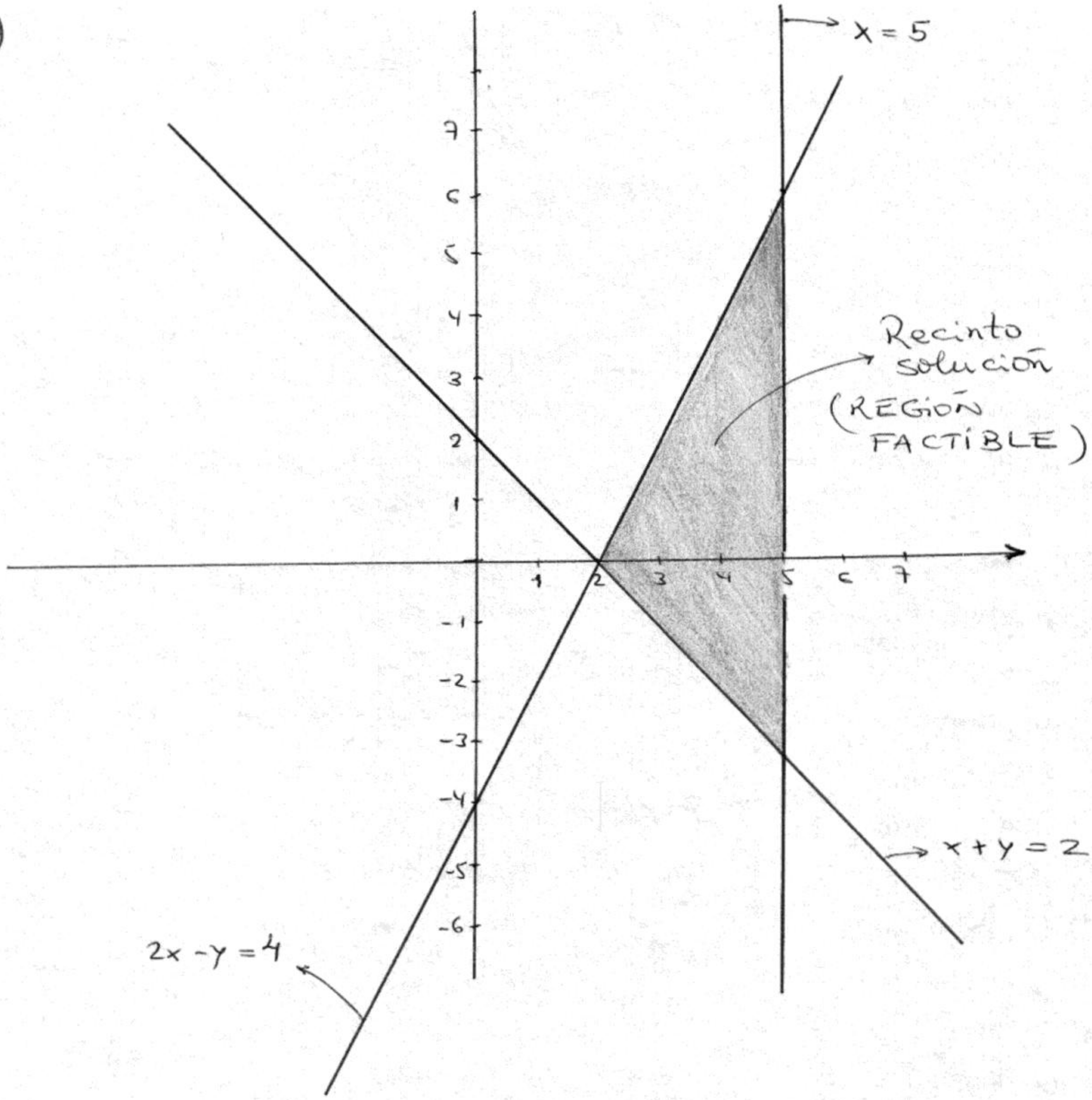
Factorizando: $(x+2)(x-3)>0$

$+ \quad -2 \quad - \quad 3 \quad +$

Solución

$\underline{(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)}$

8


x = 5
Recinto solución
(REGIÓN FACTIBLE)
x + y = 2
2x − y = 4
7
6
5
4
3
2
1
−1
−2
−3
−4
−5
−6
1
2
3
4
5
6
7