

*Polinomios. Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones*

1. Hallar la ecuación de la recta paralela a la recta  $y = 2x - 3$ , que pasa por el punto  $(-2, -5)$ . **(1 punto)**

2. Resuelve las siguientes ecuaciones: **(2 puntos)**

a)  $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$  ; b)  $\sqrt{x+1} = 3 - \sqrt{2x-5}$

3. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:  $\left. \begin{array}{l} x^2 - xy = 68 \\ x - y = 4 \end{array} \right\}$  **(1 punto)**

4. Hallar los valores de  $m$  para una de las soluciones de la ecuación de segundo grado  $x^2 - 2mx + 8 = 0$  sea el doble que la otra. **(1,5 puntos)**

5. El área de un triángulo rectángulo es 60 metros cuadrados y la suma de sus catetos es 23 metros. Hallar lo que miden los tres lados. **(1,5 puntos)**

6. Descomponer en producto de factores (factorizar) los siguientes polinomios:

a)  $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$  ; b)  $x^4 + x^3 - 4x^2 + 2x - 12$

Dar las soluciones de las correspondientes ecuaciones:  $x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 0$ ,  $x^4 + x^3 - 4x^2 + 2x - 12 = 0$ . **(2 puntos)**

7. ¿Qué valor debe tomar  $k$  para que al dividir el polinomio  $2(k+1)x^2 + 3x + (k-2)$  entre  $x-2$  su resto sea 3? **(1 punto)**

- ①  $y = 2x + n$ . Como  $(-2, -5)$  pertenece a esta recta, entonces  
 $-5 = 2 \cdot (-2) + n \Rightarrow -5 = -4 + n \Rightarrow \underline{n = -1}$   
 La recta pedida es pues  $(\underline{y = 2x - 1})$

② a)  $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \Rightarrow 3x^2 + 3 = 10x \Rightarrow 3x^2 - 10x + 3 = 0$

$\Rightarrow \Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 64 \Rightarrow x = \frac{10 \pm 8}{6} = \begin{cases} \underline{x_1 = 3} \\ \underline{x_2 = \frac{1}{3}} \end{cases}$

b)  $\sqrt{x+1} = 3 - \sqrt{2x-5} \Rightarrow (\sqrt{x+1})^2 = (3 - \sqrt{2x-5})^2$   
 $\Rightarrow x+1 = 3^2 + (\sqrt{2x-5})^2 - 2 \cdot 3 \sqrt{2x-5} \Rightarrow$

$x+1 = 9 + 2x - 5 - 6\sqrt{2x-5} \Rightarrow 6\sqrt{2x-5} = x + 3$

$\Rightarrow (6\sqrt{2x-5})^2 = (x+3)^2 \Rightarrow 36(2x-5) = x^2 + 9 + 6x$

$\Rightarrow 72x - 180 = x^2 + 9 + 6x \Rightarrow \underline{x^2 - 66x + 189 = 0}$

$\Delta = (-66)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 189 = 4356 - 756 = 3600$

$x = \frac{66 \pm 60}{2} = \begin{cases} \underline{x_1 = 63} \\ \underline{x_2 = 3} \end{cases}$

③  $\left. \begin{array}{l} x^2 - xy = 68 \\ x - y = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{x = y + 4}$ . Sustituyendo en la 1<sup>a</sup>

$(y+4)^2 - (y+4)y = 68 \Rightarrow y^2 + 16 + 8y - y^2 - 4y = 68$

$\Rightarrow 4y = 52 \Rightarrow \underline{y = 13} \Rightarrow \underline{x = 17}$

- ④ Si una solución es  $x$  la otra es el doble:  $2x$   
 La suma es  $s = x + 2x = 3x$ .

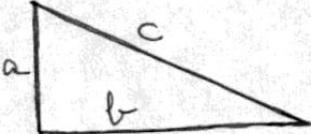
El producto es  $p = x \cdot 2x = 2x^2$ .

Como la ecuación es  $x^2 - 2mx + 8 = 0$  ha de ser

$\left. \begin{array}{l} s = 2m \\ p = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x = 2m \\ 2x^2 = 8 \end{array} \right\} \rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \begin{cases} 2 \\ -2 \end{cases}$

Si  $x = 2 \Rightarrow 6 = 2m \Rightarrow \underline{m = 3}$

Si  $x = -2 \Rightarrow -6 = 2m \Rightarrow \underline{m = -3}$

⑤   $\left. \begin{array}{l} \frac{ab}{2} = 60 \\ a + b = 23 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} ab = 120 \\ a + b = 23 \end{array} \right\}$

$\underline{a = 23 - b}$ . Sustituyendo en la 1<sup>a</sup>  $(23 - b)b = 120 \Rightarrow$

$\Rightarrow 23b - b^2 = 120 \Rightarrow b^2 - 23b + 120 = 0$

$\Delta = (-23)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 120 = 49 \Rightarrow b = \frac{23 \pm 7}{2} = \begin{cases} 15 \\ 8 \end{cases}$

Si  $b = 15 \Rightarrow a = 8$   
 Si  $b = 8 \Rightarrow a = 15$  }  $\Rightarrow$  Los catetos miden 8 y 15 m.

En cualquier caso  $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 8^2 + 15^2 = 289$   
 $\Rightarrow c = 17 \Rightarrow$  la hipotenusa mide 17 m.

⑥ a) 
$$\left. \begin{array}{c|cccc} 1 & 6 & 12 & 8 \\ -2 & -2 & -8 & -8 \\ \hline & 1 & 4 & 4 & | 0 \\ -2 & -2 & -4 & & \\ \hline & 1 & 2 & & | 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = (x+2)(x+2)(x+2) \\ \text{Las soluciones de} \\ x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 0 \text{ son} \\ \underline{x = -2} \text{ (triple)} \end{array}$$

b) 
$$\left. \begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & -4 & 2 & -12 \\ 2 & & 2 & 6 & 4 & 12 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 6 & | 0 \\ -3 & & -3 & 0 & -6 & \\ \hline & 1 & 0 & 2 & & | 0 \\ \hline \text{NO HAY MÁS RAÍCES ENTERAS} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x^4 + x^3 - 4x^2 + 2x - 12 = (x-2)(x+3)(x^2+2) \\ \text{Las soluciones de} \\ x^4 + x^3 - 4x^2 + 2x - 12 = 0 \text{ son} \\ \underline{x = 2}, \underline{x = -3} \text{ (no hay más pues} \\ x^2 + 2 = 0 \text{ no tiene solución).} \end{array}$$

⑦ 
$$p(2) = 3 \Rightarrow 2(k+1)2^2 + 3 \cdot 2 + k - 2 = 3$$
  

$$\Rightarrow 8(k+1) + 6 + k - 2 = 3 \Rightarrow$$
  

$$\Rightarrow 8k + 8 + 6 + k - 2 = 3 \Rightarrow 9k = -9$$
  

$$\Rightarrow \underline{\underline{k = -1}}$$