

Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Hallar la ecuación de la recta paralela a la recta $y = -7x + 8$ y que pasa por el punto $(-3, -5)$. **(1 punto)**

2. Resuelve las siguientes ecuaciones: **(2 puntos)**

a) $2x - \frac{8}{x+1} = \frac{x}{x+1}$; b) $\sqrt{2x+1} = \sqrt{x+9} + 2$

3. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\left. \begin{array}{r} + y^2 - 4 \\ x^2 - = 3 \end{array} \right\} \text{ (1 punto)}$$

4. Hallar los valores de m para que la ecuación de segundo grado $x^2 - mx + 2m = 0$ tenga dos soluciones idénticas. **(1,5 puntos)**

5. El área de un rectángulo es 35 metros cuadrados y su perímetro 24 metros. Hallar sus lados. **(1,5 puntos)**

6. Descomponer en producto de factores (factorizar) los siguientes polinomios:

a) $x^3 + 3x^2 + 2x$; b) $x^3 - 5x^2 + 4$

Dar las soluciones de las correspondientes ecuaciones: $x^3 + 3x^2 + 2x = 0$, $x^3 - 5x^2 + 4 = 0$. **(2 puntos)**

7. ¿Qué valor debe tomar k para que al dividir el polinomio $3(k+2)x^2 - (2k-1)x + k$ entre $x+2$ su resto sea 5? **(1 punto)**

- ① La ecuación ha de ser de la forma $y = -7x + n$ pues, por ser paralela a la recta $y = -7x - 8$, tienen la misma pendiente. Como pasa por el punto $(-3, -5)$

$$\Rightarrow -5 = -7 \cdot (-3) + n \Rightarrow -5 = 21 + n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = -26 \text{ y la recta es } \underline{y = -7x - 26}$$

② a) $2x - \frac{8}{x+1} = \frac{4x}{3} \Rightarrow 2x(x+1) \cdot 3 - 8 \cdot 3 = 4x(x+1)$

$$\Rightarrow 6x^2 + 6x - 24 = 4x^2 + 4x \Rightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 12 = 0; \Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49$$

$$x = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} \underline{x_1 = 3} \\ \underline{x_2 = -4} \end{cases}$$

b) $\sqrt{2x+1} = \sqrt{x+9} + 2 \Rightarrow (\sqrt{2x+1})^2 = (\sqrt{x+9} + 2)^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x+1 = x+9+4+4\sqrt{x+9} \Rightarrow x-12 = 4\sqrt{x+9}$$

$$\Rightarrow (x-12)^2 = (4\sqrt{x+9})^2 \Rightarrow x^2 + 144 - 24x = 16(x+9)$$

$$\Rightarrow x^2 + 144 - 24x = 16x + 144 \Rightarrow x^2 - 40x = 0$$

$$\Rightarrow x(x-40) = 0. \text{ Dos soluciones: } \underline{x_1 = 0}, \underline{x_2 = 40}$$

③ $\begin{cases} x + 2y^2 = 4 \\ x^2 - y = 3 \end{cases}$ De la 2ª ecuación $y = x^2 - 3$ (*)

Sustituyendo en la primera:

$$x + 2(x^2 - 3)^2 = 4 \Rightarrow x + 2(x^4 + 9 - 6x^2) = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + 2x^4 + 18 - 12x^2 = 4 \Rightarrow 2x^4 - 12x^2 + x + 14 = 0$$

Por Ruffini $\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 2 & 0 & -12 & 1 & 14 \\ & & 4 & 8 & -8 & -14 \\ \hline & 2 & 4 & -4 & -7 & 0 \end{array}$ Entonces $\underline{x=2}$ es una raíz o solución de la ecuación.

Sustituyendo en (*) $y = x^2 - 3 = 2^2 - 3 \Rightarrow \underline{y=1}$

- ④ Supongamos que una solución es x . Entonces la otra también vale x . Suma de soluciones $= s = 2x$
Producto de soluciones $= p = x^2$

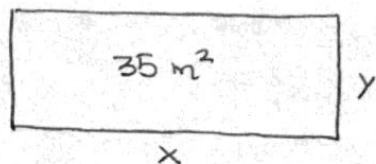
De la ecuación $x^2 - mx + 2m = 0$ se deduce que

$$\begin{cases} s = m \\ p = 2m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2x \\ 2m = x^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$2(2x) = x^2 \Rightarrow 4x = x^2 \Rightarrow \underline{x=4} \Rightarrow \underline{m=8}$$

↓
 $x=0$ $\xrightarrow{\text{dos soluciones}} \underline{m=0}$

⑤



$$\begin{cases} 2x + 2y = 24 \\ xy = 35 \end{cases}$$

De la primera ecuación se deduce $x = 12 - y$ (*)

Sustituyendo en la segunda $(12 - y) \cdot y = 35 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 12y - y^2 = 35 \Rightarrow y^2 - 12y + 35 = 0;$$

$$\Delta = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 35 = 144 - 140 = 4$$

$$y = \frac{12 \pm 2}{2} = \begin{cases} y_1 = 7 \\ y_2 = 5 \end{cases}$$

Soluciones para x : $x_1 = 12 - 7 = 5$ $\frac{x_1 = 5}{x_2 = 7}$
(sustituyendo en (*)) $x_2 = 12 - 5 = 7$

Soluciones: (5, 7); (7, 5) (En realidad son la misma)

⑥

$$a) x^3 + 3x^2 + 2x = x(x^2 + 3x + 2) = x(x+2)(x+1)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & 2 & \\ -2 & & -2 & -2 & \\ \hline & 1 & 1 & 0 & \end{array}$$

Soluciones: $x_1 = 0$, $x_2 = -2$, $x_3 = -1$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} b) & 1 & 0 & -5 & 0 & 4 & \\ 1 & & 1 & 1 & -4 & -4 & \\ \hline & 1 & 1 & -4 & -4 & 0 & \\ -1 & & -1 & 0 & 4 & & \\ \hline & 1 & 0 & -4 & 0 & & \\ 2 & & 2 & 4 & & & \\ \hline & 1 & 2 & 0 & & & \end{array}$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$$

Soluciones: $x_1 = 1$, $x_2 = -1$

$x_3 = 2$, $x_4 = -2$

⑦

$$p(-2) = 5 \Rightarrow 3(k+2) \cdot (-2)^2 + (2k-1)(-2) + k = 5$$

$$\Rightarrow 12k + 24 - 4k + 2 + k = 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9k = -21 \Rightarrow \underline{\underline{k = -\frac{21}{9}}}$$