Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Determinar, usando la regla de Ruffini, el cociente y el resto de las siguientes divisiones: **(2 puntos, 1 por apartado):**

a) $(x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1) : (x - 1)$

b) $(3x^4 - 4x^2 + 8) : (x + 2)$

Cociente:

Resto:

Cociente:

Resto:

2. Realiza la factorización de los siguientes polinomios y señala en cada caso cuáles son sus raíces: **(2 puntos, 1 por apartado):**

a) $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$

b) $2x^3 + 5x^2 + x - 2$

3. Halla el valor de n para que el polinomio $2x^3 + nx^2 - 7$ sea divisible por $x + 1$ **(1 punto)**.
4. Halla el valor de m para que el resto de la división del polinomio $x^2 - 5x + m$ entre $x - 1$ sea igual a 3. **(1 punto)**

5. Simplifica la siguiente fracción algebraica: $\frac{2x^2 - 2}{3x^2 - 6x + 3}$ **(1 punto)**.

6. Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas **(1 punto)**:

$$\frac{2x}{x^2 - 4} + \frac{x + 1}{x^2 + x - 2}$$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones (2 puntos; 1 por apartado):

a) $\frac{2x-2}{3} + \frac{x+3}{4} = \frac{3x-3}{5} + 2 - x$

b) $\frac{9}{x+1} - \frac{8}{x+2} = \frac{1}{x-1}$

Examen de Matemáticas CCSS I

20 de noviembre de 2007
Curso: 1º de Bachillerato C

Apellidos:	Calificación:
Nombre:	

1. Determinar, usando la regla de Ruffini, el cociente y el resto de las siguientes divisiones: (2 puntos, 1 por apartado):

a) $(x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1) : (x - 1)$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ & & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \end{array}$$

Cociente: $x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x + 1$

Resto: 2

b) $(3x^4 - 4x^2 + 8) : (x + 2)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -2 & 3 & 0 & -4 & 0 & 8 \\ & & -6 & 12 & -16 & 32 \\ \hline & 3 & -6 & 8 & -16 & 40 \end{array}$$

Cociente: $3x^3 - 6x^2 + 8x - 16$

Resto: 40

2. Realiza la factorización de los siguientes polinomios y señala en cada caso cuáles son sus raíces: (2 puntos, 1 por apartado):

- a) $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$ Las posibles raíces enteras son los divisores de 6: $\text{Div } 6 = \{1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6\}$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -1 & -7 & 1 & 6 \\ & & 1 & 0 & -7 & -6 \\ \hline & 1 & 0 & -7 & -6 & 0 \\ -1 & & -1 & 1 & 6 & \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 & \\ -2 & & -2 & 6 & & \\ \hline & 1 & -3 & 0 & & \\ 3 & & 3 & & & \\ \hline & 1 & 0 & & & \end{array}$$

Factorización:

$$(x-1)(x+1)(x+2)(x-3)$$

Raíces:

$$x=1, x=-1, x=-2, x=3$$

- b) $2x^3 + 5x^2 + x - 2$ Las posibles raíces son $\text{Div}(-2) = \{1, -1, 2, -2\}$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & 5 & 1 & -2 \\ & & -2 & -3 & 2 \\ \hline & 2 & 3 & -2 & 0 \\ -2 & & -4 & 2 & \\ \hline & 2 & -1 & 0 & \\ \frac{1}{2} & & 1 & & \\ \hline & 2 & 0 & & \end{array}$$

Factorización:

$$(x+1)(x+2)(2x-1) = 2(x+1)(x+2)(x-\frac{1}{2})$$

Raíces:

$$x=-1, x=-2, x=\frac{1}{2}$$

3. Halla el valor de n para que el polinomio $2x^3 + nx^2 - 7$ sea divisible por $x + 1$ (1 punto).

Por el teorema del resto el valor numérico de $2x^3 + nx^2 - 7$ para $x = -1$ ha de ser 0 : $p(-1) = 0$. Entonces :
 $2(-1)^3 + n(-1)^2 - 7 = 0 \Rightarrow -2 + n - 7 = 0 \Rightarrow$
 $n = 2 + 7 \Rightarrow \underline{\underline{n = 9}}$

4. Halla el valor de m para que el resto de la división del polinomio $x^2 - 5x + m$ entre $x - 1$ sea igual a 3. (1 punto)

Por el teorema del resto, el valor numérico de $x^2 - 5x + m$ para $x = 1$ debe ser igual a 3 : $p(1) = 3$.
 Entonces : $1^2 - 5 \cdot 1 + m = 3 \Rightarrow 1 - 5 + m = 3 \Rightarrow$
 $m = 3 - 1 + 5 \Rightarrow \underline{\underline{m = 7}}$

5. Simplifica la siguiente fracción algebraica: $\frac{2x^2 - 2}{3x^2 - 6x + 3}$ (1 punto).

Factoricemos ambos polinomios :

$$2x^2 - 2 = 2(x^2 - 1) = 2(x + 1)(x - 1)$$

$$3x^2 - 6x + 3 = 3(x^2 - 2x + 1) = 3(x - 1)(x - 1) = 3(x - 1)^2$$

Entonces :

$$\frac{2x^2 - 2}{3x^2 - 6x + 3} = \frac{2(x + 1)(x - 1)}{3(x - 1)^2} = \frac{2(x + 1)}{3(x - 1)} = \underline{\underline{\frac{2x + 2}{3x - 3}}}$$

6. Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas (1 punto):

$$\frac{2x}{x^2 - 4} + \frac{x + 1}{x^2 + x - 2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2) \\ x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1) \end{array} \right\} \text{MCM} = (x + 2)(x - 2)(x - 1)$$

$$\frac{2x}{x^2 - 4} + \frac{x + 1}{x^2 + x - 2} = \frac{2x(x - 1)}{(x + 2)(x - 2)(x - 1)} + \frac{(x + 1)(x - 2)}{(x + 2)(x - 2)(x - 1)}$$

$$= \frac{2x^2 - 2x}{(x + 2)(x - 2)(x - 1)} + \frac{x^2 - x - 2}{(x + 2)(x - 2)(x - 1)} =$$

$$= \underline{\underline{\frac{3x^2 - 3x - 2}{x^3 - x^2 - 4x + 4}}}$$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones (2 puntos; 1 por apartado):

$$\text{a) } \frac{2x-2}{3} + \frac{x+3}{4} = \frac{3x-3}{5} + 2-x \quad \text{MCM}(3, 4, 5) = 60.$$

Multiplicando todos los términos por 60:

$$20(2x-2) + 15(x+3) = 12(3x-3) + 120 - 60x;$$

$$40x - 40 + 15x + 45 = 36x - 36 + 120 - 60x;$$

$$55x + 5 = -24x + 84;$$

$$55x + 24x = 84 - 5;$$

$$79x = 79;$$

$$x = \frac{79}{79} \Rightarrow \underline{\underline{x = 1}}$$

$$\text{b) } \frac{9}{x+1} - \frac{8}{x+2} = \frac{1}{x-1}$$

$$\text{MCM}[x+1, x+2, x-1] = (x+1)(x+2)(x-1)$$

Multiplicando todos los términos por $(x+1)(x+2)(x-1)$

$$9(x+2)(x-1) - 8(x+1)(x-1) = 1 \cdot (x+1)(x+2);$$

$$9(x^2 - x + 2x - 2) - 8(x^2 - 1) = x^2 + 2x + x + 2;$$

$$9x^2 - 9x + 18x - 18 - 8x^2 + 8 = x^2 + 2x + x + 2;$$

$$x^2 + 9x - 10 = x^2 + 3x + 2;$$

$$x^2 + 9x - 10 - x^2 - 3x - 2 = 0;$$

$$6x - 12 = 0; \quad 6x = 12; \quad x = \frac{12}{6}; \quad \underline{\underline{x = 2}}$$