

1. Resuelve: (1,5 puntos por apartado)

a)
$$\frac{2x+6}{3} - \frac{x-2}{4} = \frac{5x-1}{6} - \frac{3-x}{2}$$

b)
$$\frac{3x+2}{x} - \frac{4x-3}{x+3} = 3 \text{ (2 puntos)}$$

$$\text{c) } \frac{x^2+1}{3+x} = \frac{4(3-x)}{x^2}$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} 3x - \frac{y+2}{2} = \frac{x+1}{3} + 2y - 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{y}{x} \end{array} \right\}$$

$$\text{e) } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} + 5 > \frac{x}{2} + 3 \\ \frac{4x-9}{3} - x + 1 \leq \frac{3x-9}{5} \end{array} \right\}$$

2. Es de todos conocido que un escarabajo tiene 6 patas y una araña 8 patas. Un coleccionista de estos animales encuentra un día 14. Si tuviera que calzarlos precisaría 47 pares de zapatos. ¿Cuántas arañas y cuántos escarabajos encontró? **(1 punto)**

3. Dos camiones de la misma marca y modelo salen de Valencia a Madrid, llevando entre ambos 10 toneladas de naranjas (ninguno de los dos va lleno). El primer camión se llenaría si se le echaran los $\frac{4}{5}$ de lo que lleva el segundo, y el segundo se llenaría si se le echaran los $\frac{3}{5}$ del primero. Halla las toneladas que lleva cada camión en este viaje, y el peso máximo que transportan cuando van llenos. **(1,5 puntos)**

1. Resuelve: (1,5 puntos por apartado)

a) $\frac{2x+6}{3} - \frac{x-2}{4} = \frac{5x-1}{6} - \frac{3-x}{2}$. Multiplicamos por 12 los dos miembros de la igualdad. Entonces:

$$4(2x+6) - 3(x-2) = 2(5x-1) - 6(3-x);$$

$$8x + 24 - 3x + 6 = 10x - 2 - 18 + 6x;$$

$$5x + 30 = 16x - 20;$$

$$5x - 16x = -20 - 30;$$

$$-11x = -50;$$

$$x = \frac{-50}{-11} = \frac{50}{11}$$

b) $\frac{3x+2}{x} - \frac{4x-3}{x+3} = 3$. Multiplicamos por $x(x+3)$ los dos miembros de la igualdad. Entonces:

$$(x+3)(3x+2) - x(4x-3) = 3x(x+3);$$

$$3x^2 + 2x + 9x + 6 - 4x^2 + 3x = 3x^2 + 9x;$$

$$-x^2 + 14x + 6 = 3x^2 + 9x;$$

$$-4x^2 + 5x + 6 = 0; \quad 4x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 4 \cdot (-6)}}{2 \cdot 4} = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{8} =$$

$$= \frac{5 \pm 11}{8} = \begin{cases} x_1 = \frac{16}{8} = 2 \\ x_2 = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

c) $\frac{x^2+1}{3+x} = \frac{4(3-x)}{x^2}$. Multiplicando en cruz tenemos:

$$(x^2+1) \cdot x^2 = 4(3-x)(3+x);$$

$$x^4 + x^2 = 4 \cdot (9 - x^2); \quad x^4 + x^2 = 36 - 4x^2;$$

$$x^4 + 5x^2 - 36 = 0. \text{ Llamemos } x^2 = z. \text{ Entonces}$$

$$z^2 + 5z - 36 = 0.$$

$$z = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot (-36)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{169}}{2} =$$

$$= \frac{-5 \pm 13}{2} = \begin{cases} z_1 = 4 \\ z_2 = -9 \end{cases}$$

• Si $z_1 = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm 2$ (dos soluciones)

• Si $z_2 = -9 \Rightarrow x^2 = -9 \Rightarrow x = \sqrt{-9}$, que no tiene solución real.

d) $\left. \begin{aligned} 3x - \frac{y+2}{2} &= \frac{x+1}{3} + 2y - 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{2} &= \frac{y}{x} \end{aligned} \right\}$ Multipliquemos los dos miembros de la 1ª ecuación por 6 y los dos miembros de la 2ª ecuación por $2x$:

$$\left. \begin{aligned} 18x - 3(y+2) &= 2(x+1) + 12y - 6 \\ 2 + x &= 2y \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} 18x - 3y - 6 &= 2x + 2 + 12y - 6 \\ 2 + x &= 2y \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} 16x - 15y &= 2 \\ (*) \quad x - 2y &= -2 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{REDUCCIÓN} \\ \times (-16) \end{array} \Rightarrow \begin{aligned} 16x - 15y &= 2 \\ -16x + 32y &= 32 \end{aligned} \right\} +$$

$$17y = 34$$

$$\Rightarrow y = \frac{34}{17} = 2$$

Sustituyendo en (*)

$$x - 2 \cdot 2 = -2;$$

$$x - 4 = -2$$

$$\underline{\underline{x = 2}}$$

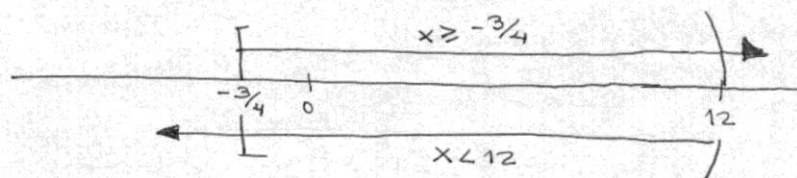
$$e) \begin{cases} \frac{x}{3} + 5 > \frac{x}{2} + 3 \\ \frac{4x-9}{3} - x + 1 \leq \frac{3x-9}{5} \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{Multipliquemos los dos miembros de la} \\ 1^{\text{a}} \text{ desigualdad por 6 y los dos} \\ \text{miembros de la } 2^{\text{a}} \text{ desigualdad} \\ \text{por 15.} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 2x + 30 > 3x + 18 \\ 5(4x - 9) - 15x + 15 \leq 3(3x - 9) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x - 3x > 18 - 30 \\ 20x - 45 - 15x + 15 \leq 9x - 27 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -x > -12 \\ 20x - 15x - 9x \leq -27 + 45 - 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x > -12 \\ -4x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x < 12 \\ x \geq -\frac{3}{4} \end{cases}$$



Solución del sistema: $x \in \left[-\frac{3}{4}, 12\right)$

2. Es de todos conocido que un escarabajo tiene 6 patas y una araña 8 patas. Un coleccionista de estos animales encuentra un día 14. Si tuviera que calzarlos precisaría 47 pares de zapatos. ¿Cuántas arañas y cuántos escarabajos encontró? (1 punto)

x : n° de arañas

y : n° de escarabajos

$$\begin{aligned} (*) \quad & \begin{cases} x + y = 14 \\ 8x + 6y = 94 \end{cases} \xrightarrow{\text{REDUCCIÓN}} \begin{cases} -6x - 6y = -84 \\ 8x + 6y = 94 \end{cases} \xrightarrow{+} \\ & 2x = 10 \Rightarrow \underline{\underline{x = 5}} \end{aligned}$$

Sustituyendo en (*): $5 + y = 14 \Rightarrow \underline{\underline{y = 9}}$

Por tanto encontró 5 arañas y 9 escarabajos.

3. Dos camiones de la misma marca y modelo salen de Valencia a Madrid, llevando entre ambos 10 toneladas de naranjas (ninguno de los dos va lleno). El primer camión se llenaría si se le echaran los $\frac{4}{5}$ de lo que lleva el segundo, y el segundo se llenaría si se le echaran los $\frac{3}{5}$ del primero. Halla las toneladas que lleva cada camión en este viaje, y el peso máximo que transportan cuando van llenos. (1'5 puntos)

x : toneladas que lleva el primer camión.

y : toneladas que lleva el segundo camión.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 10 \\ x + \frac{4}{5}y = y + \frac{3}{5}x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 10 \\ 5x + 4y = 5y + 3x \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$(*) \left. \begin{array}{l} x + y = 10 \\ 2x - y = 0 \end{array} \right\} + \text{Reducción}$$

$$\underline{\underline{3x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{3} \approx 3'333}}$$

$$\text{Sustituyendo en } (*) \quad \frac{10}{3} + y = 10 \Rightarrow y = 10 - \frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{y = \frac{20}{3} \approx 6'666}}$$

Por tanto el primero lleva 3'333 toneladas (unos 3.333 kgs.) y el segundo lleva 6'666 toneladas (unos 6.666 kgs.)

$$\begin{aligned} \text{El primero cuando va lleno lleva } x + \frac{4}{5}y &= \\ &= \frac{10}{3} + \frac{4}{5} \cdot \frac{20}{3} = \frac{10}{3} + \frac{80}{15} = \frac{50 + 80}{15} = \frac{130}{15} = \\ &= \frac{26}{3} \approx 8'666 \end{aligned}$$

Como los camiones son de la misma marca y modelo el peso máximo que transportan cuando van llenos es de 8'666 toneladas (unos 8666 kgs.).