Ecuaciones. Inecuaciones. Sistemas.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones. **[4 puntos; 1 punto por ecuación]**

   a) $\frac{x-2}{6} + x - 3 = 2(x-1) - \frac{5}{3} - \frac{3x-1}{4}$

   b) $2x + \frac{1}{x+3} = \frac{9}{4}$; $\frac{8x(x+3)}{4(x+3)} + \frac{4}{4(x+3)} = \frac{9(x+3)}{4(x+3)}$

   c) $\sqrt{x+1} = 3 - \sqrt{2x-5}$

   d) $3^{x+2} + 3^{x} = 90$

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones. **[1 punto]**

$$\begin{cases} 2(x+2y)^2 - (2x+y)^2 = -1 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

3. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones utilizando el método de Gauss. **[1 punto]**

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y - z = 2 \\ 2x - y + 3z = 9 \end{cases}$$

4. Resuelve las siguientes inecuaciones y <u>expresa la solución en forma de intervalo</u>. **[2 puntos; 1 punto por inecuación]**

   a) $2 - \left[-2(x+1) - \frac{x-3}{2}\right] \leq \frac{2x}{3} - \frac{5x-3}{12} + 3x$

   b) $\frac{x^2}{5} + \frac{x}{3} > \frac{x^2}{15} + \frac{1}{5}$

5. Resuelve gráficamente el siguiente sistema de inecuaciones, indicando claramente la región solución. **[1 punto]**

$$\begin{cases} 2x + y \leq 3 \\ x - y \geq -1 \\ y \geq -2 \end{cases}$$

6. ***Problema* [1 punto]**

   Luis y Penélope tienen 45 canicas entre los dos. Si Penélope presta 5 canicas a Luis, éste tendría el doble que Penélope. ¿Cuántas canicas tiene cada uno?

1) a) $\frac{x-2}{6}+x-3=2(x-1)-\frac{5}{3}-\frac{3x-1}{4}$;

$\frac{2(x-2)}{12}+\frac{12x}{12}-\frac{36}{12}=\frac{24(x-1)}{12}-\frac{20}{12}-\frac{3(3x-1)}{12}$;

$2x-4+12x-36=24x-24-20-9x+3$;

$2x+12x-24x+9x=-24-20+3+4+36$; $-x=-1$; $\boxed{x=1}$

b) $2x+\frac{1}{x+3}=\frac{9}{4}$; $\frac{8x(x+3)}{4(x+3)}+\frac{4}{4(x+3)}=\frac{9(x+3)}{4(x+3)}$; $8x^2+24x+4=9x+27$;

$\underline{\underline{8x^2+15x-23=0}}$; $x=\frac{-15\pm\sqrt{15^2-4\cdot 8(-23)}}{2\cdot 8}=\frac{-15\pm\sqrt{225+736}}{16}=$

$=\frac{-15\pm\sqrt{961}}{16}=\frac{-15\pm 31}{16}=$ $\boxed{x_1=1}$; $\boxed{x_2=-\frac{23}{8}}$

c) $\sqrt{x+1}=3-\sqrt{2x-5}$; $(\sqrt{x+1})^2=(3-\sqrt{2x-5})^2$; $x+1=9-6\sqrt{2x-5}+2x-5$

$6\sqrt{2x-5}=x+3$; $(6\sqrt{2x-5})^2=(x+3)^2$; $36(2x-5)=x^2+6x+9$;

$72x-180=x^2+6x+9$; $x^2-66x+189=0$

$x=\frac{66\pm\sqrt{(-66)^2-4\cdot 1\cdot 189}}{2\cdot 1}=\frac{66\pm\sqrt{4356-756}}{2}=\frac{66\pm\sqrt{3600}}{2}=\frac{66\pm 60}{2}=$ 63 ; 3

* La solución $\underline{x_1=63}$ se descarta pues $\sqrt{63+1}=8$; $3-\sqrt{2\cdot 63-5}=$
$=3-\sqrt{121}=3-11=-8$.

* La solución es $\boxed{x=3}$ $(\sqrt{3+1}=2=3-\sqrt{2\cdot 3-5}=3-\sqrt{1}=3-1)$

d) $3^{x+2}+3^x=90$; $3^x\cdot 3^2+3^x=90$; $3^x\cdot 9+3^x=90$; $3^x(9+1)=90$;

$3^x\cdot 10=90$; $3^x=9$; $3^x=3^2$; $\boxed{x=2}$

2) Despejando x de la 2ª ecuación: $\boxed{x=5+y}$. Sustituyendo en la 1ª

$2(5+y+2y)^2-(2(5+y)+y)^2=-1$; $2(5+3y)^2-(10+3y)^2=-1$;

$2(25+30y+9y^2)-(100+60y+9y^2)=-1$ $\underline{\underline{9y^2-50=-1}}$;

$9y^2=49$; $y^2=\frac{49}{9}$, $\boxed{y=\pm\frac{7}{3}}$

* Si $\boxed{y=\frac{7}{3}}\Rightarrow x=5+\frac{7}{3}$; $\boxed{x=\frac{22}{3}}$

* Si $\boxed{y=-\frac{7}{3}}\Rightarrow x=5-\frac{7}{3}$; $\boxed{x=\frac{8}{3}}$

3) $\begin{cases} x+y+z=6 \\ x+2y-z=2 \\ 2x-y+3z=9 \end{cases}$ $\begin{bmatrix} f_2-f_1 \\ f_3-2f_1 \end{bmatrix}$ $\begin{cases} x+y+z=6 \\ y-2z=-4 \\ -3y+z=-3 \end{cases}$ $[f_3+3f_2]$ $\begin{cases} x+y+z=6 \\ y-2z=-4 \\ -5z=-15 \end{cases}$

$\boxed{z=3}$; $y-2\cdot 3=-4$; $\boxed{y=2}$; $x+2+3=6$; $\boxed{x=1}$

4) a) $2-\left[-2(x+1)-\dfrac{x-3}{2}\right] \leq \dfrac{2x}{3}-\dfrac{5x-3}{12}+3x$;

$2+2x+2+\dfrac{x-3}{2} \leq \dfrac{2x}{3}-\dfrac{5x-3}{12}+3x$; $2x+4+\dfrac{x-3}{2} \leq \dfrac{2x}{3}-\dfrac{5x-3}{12}+3x$;

$24x+48+6x-18 \leq 8x-5x+3+36x$; $24x+6x-8x+5x-36x \leq 3-48+18$;

$-9x \leq -27$; $x \geq 3$. Solución : $[3,+\infty)$

b) $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{x}{3} > \dfrac{x^2}{15}+\dfrac{1}{5}$; $3x^2+5x > x^2+3$; $2x^2+5x-3>0$

Las soluciones de $2x^2+5x-3=0$ son $x=\frac{1}{2}$ y $x=-3$. Entonces:

$2x^2+5x-3>0 \iff 2(x-\frac{1}{2})(x+3)>0$

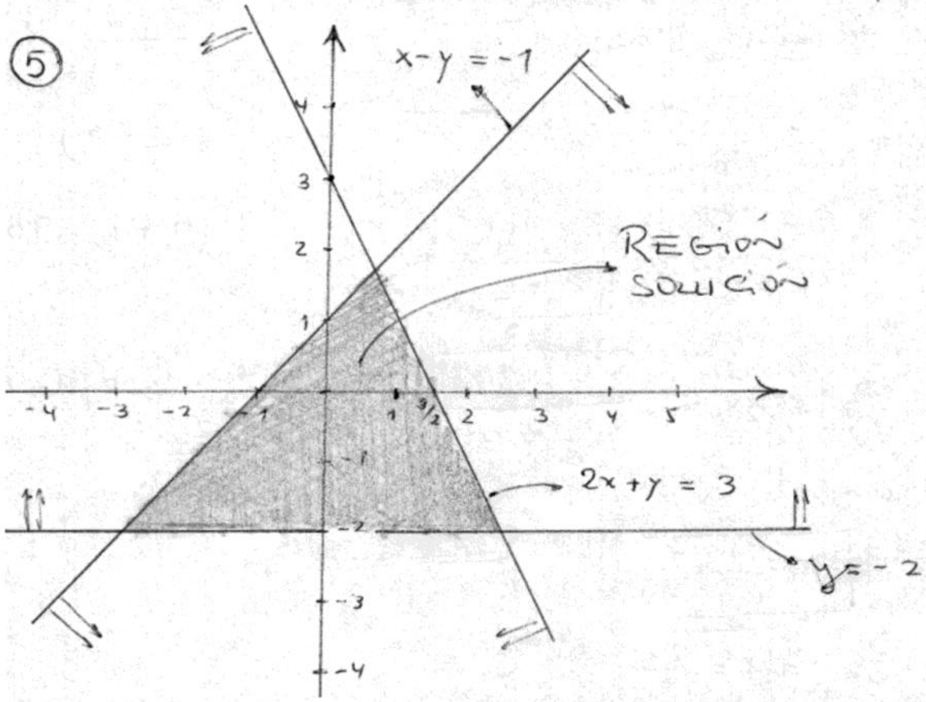
-3 $\qquad$ $\frac{1}{2}$

$x-1/2$	$-$	$-$	$+$
$x+3$	$-$	$+$	$+$
$2(x-\frac{1}{2})(x+3)$	$+$	$-$	$+$

Solución:

$(-\infty,-3)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

5)



$\begin{cases} 2x+y \leq 3 \\ x-y \geq -1 \\ y \geq -2 \end{cases}$

6) Canicas de Luis: x
Canicas de Penélope: y

$\begin{cases} x+y=45 \\ x+5=2(y-5) \end{cases}$ $\quad$ $x=45-y$

$45-y+5=2y-10$; $-3y=-60$; $y=20 \Rightarrow x=25$

* Por tanto Luis tiene 25 canicas y Penélope 20.