

Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Hallar la ecuación de la recta paralela a la recta $y = -5x + 2$ y que pasa por el punto $(3, 5)$. **(1 punto)**

2. Resuelve las siguientes ecuaciones: **(2 puntos)**

a) $2x + \frac{1}{x+3} = \frac{9}{4}$; b) $\sqrt{x+2} = 3 - \sqrt{x-1}$

3. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\left. \begin{array}{l} x + y = 20 \\ x^2 + xy = 140 \end{array} \right\}$ **(1 punto)**

4. Hallar los valores de m para que la ecuación de segundo grado $x^2 - 27x + 3m = 0$ tenga una solución triple que la otra. **(1,5 puntos)**

5. Hallar dos números de tal forma que su suma sea 62 y la suma de sus cuadrados 1954. **(1,5 puntos)**

6. Descomponer en producto de factores (factorizar) los siguientes polinomios:

a) $x^3 - 4x^2 + x + 6$; b) $x^4 - x^2 - 12$

Dar las soluciones de las correspondientes ecuaciones: $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$, $x^4 - x^2 - 12 = 0$. **(2 puntos)**

7. ¿Qué valor debe tomar k para que al dividir el polinomio $(k+2)x^2 + 2kx - 2$ entre $x-3$ su resto sea 1? **(1 punto)**

- ① La recta ha de ser de la forma $y = -5x + n$ pues, al ser paralela a $y = -5x + 2$, tienen la misma pendiente. Como pasa por el punto $(3, 5)$, entonces:

$$5 = -5 \cdot 3 + n \Rightarrow 5 = -15 + n \Rightarrow \underline{n = 20}$$

Así, la recta buscada es $y = -5x + 20$

② a) $2x + \frac{1}{x+3} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{2x \cdot 4(x+3)}{4(x+3)} + \frac{4 \cdot 1}{4(x+3)} = \frac{9(x+3)}{4(x+3)}$

$$\Rightarrow 8x(x+3) + 4 = 9(x+3) \Rightarrow 8x^2 + 24x + 4 = 9x + 27$$

$$\Rightarrow 8x^2 + 15x - 23 = 0. \quad \Delta = 15^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-23) = 225 + 736;$$

$$\Delta = 961. \quad x = \frac{-15 \pm 31}{16} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{46}{16} = -\frac{23}{8} \end{cases}$$

b) $\sqrt{x+2} = 3 - \sqrt{x-1} \Rightarrow (\sqrt{x+2})^2 = (3 - \sqrt{x-1})^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x+2 = 9 + x-1 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{x-1} \Rightarrow x+2 = x+8 - 6\sqrt{x-1}$

$$\Rightarrow 6\sqrt{x-1} = 6 \Rightarrow (6\sqrt{x-1})^2 = 6^2 \Rightarrow 36(x-1) = 36$$

$$\Rightarrow 36x - 36 = 36 \Rightarrow 36x = 72 \Rightarrow \underline{x = \frac{72}{36} = 2}$$

③ $\begin{cases} x+y=20 \\ x^2+xy=140 \end{cases} \rightarrow y=20-x$ Sustituyendo en la segunda ecuación

$$x^2 + x(20-x) = 140 \Rightarrow x^2 + 20x - x^2 = 140 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20x = 140 \Rightarrow \underline{x = 7}; \quad y = 20 - 7 \Rightarrow \underline{y = 13}$$

- ④ Si una solución es x , la otra es $3x$ (triple de la otra).
Entonces SUMA DE SOLUCIONES: $S = x + 3x = 4x$

PRODUCTO DE SOLUCIONES: $P = x \cdot 3x = 3x^2$

Pero como la ecuación es $x^2 - 27x + 3m = 0$

ha de ser $S = +27 \mid \Rightarrow 4x = 27 \rightarrow x = \frac{27}{4}$

$P = 3m \mid \Rightarrow 3x^2 = 3m$ Sustituyendo

$$3 \cdot \left(\frac{27}{4}\right)^2 = 3m \Rightarrow \underline{\underline{m = \frac{729}{16}}}$$

⑤
$$\left. \begin{aligned} x + y &= 62 \\ x^2 + y^2 &= 1954 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} x &= 62 - y \\ (62 - y)^2 + y^2 &= 1954 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3844 + y^2 - 124y + y^2 &= 1954 \Rightarrow 2y^2 - 124y + 1890 = 0 \\ (\text{dividiendo entre } 2) \quad y^2 - 62y + 945 &= 0 \\ \Delta = (-62)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 945 &= 3844 - 3780 = 64. \\ y = \frac{62 \pm 8}{2} = \begin{cases} y_1 = 35 \\ y_2 = 27 \end{cases} \end{aligned}$$

Soluciones

$$\begin{array}{l} \text{Si } y_1 = 35 \Rightarrow x = 62 - 35 = 27 \quad | \quad (27, 35) \\ \text{Si } y_2 = 27 \Rightarrow x = 62 - 27 = 35 \quad | \quad (35, 27) \end{array}$$

⑥ a)
$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -4 & 1 & 6 \\ 2 & & 2 & -4 & -6 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \\ -1 & & -1 & 3 \\ \hline & 1 & -3 & 0 \end{array}$$

$$x^3 - 4x^2 + x + 6 = (x-2)(x+1)(x-3)$$

Soluciones: $x_1 = 2$; $x_2 = -1$; $x_3 = 3$

b)
$$\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 0 & -12 & \\ 2 & & 2 & 4 & 6 & 12 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 6 & 0 \\ -2 & & -2 & 0 & -6 & \\ \hline & 1 & 0 & 3 & 0 & \end{array}$$

⑦ $p(3) = 1 \Rightarrow (k+2)3^2 + 2k \cdot 3 - 2 = 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow (k+2)9 + 6k - 2 = 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 9k + 18 + 6k - 2 = 1 \Rightarrow 15k = 1 + 2 - 18$
 $\Rightarrow 15k = -15 \Rightarrow k = \frac{-15}{15} \Rightarrow \underline{\underline{k = -1}}$

① $y = 2x + n$. Como $(-2, -5)$ pertenece a esta recta, entonces
 $-5 = 2 \cdot (-2) + n \Rightarrow -5 = -4 + n \Rightarrow \underline{n = -1}$

La recta pedida es pues $\underline{y = 2x - 1}$

② a) $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \Rightarrow 3x^2 + 3 = 10x \Rightarrow 3x^2 - 10x + 3 = 0$

$\Rightarrow \Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 64 \Rightarrow x = \frac{10 \pm 8}{2 \cdot 3} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$

b) $\sqrt{x+1} = 3 - \sqrt{2x-5} \Rightarrow (\sqrt{x+1})^2 = (3 - \sqrt{2x-5})^2 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow x+1 = 3^2 + (\sqrt{2x-5})^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2x-5} \Rightarrow$

$x+1 = 9 + 2x-5 - 6\sqrt{2x-5} \Rightarrow 6\sqrt{2x-5} = x+3$

$\Rightarrow (6\sqrt{2x-5})^2 = (x+3)^2 \Rightarrow 36(2x-5) = x^2 + 9 + 6x$

$\Rightarrow 72x - 180 = x^2 + 9 + 6x \Rightarrow \underline{x^2 - 66x + 189 = 0}$

$\Delta = (-66)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 189 = 4356 - 756 = 3600$

$x = \frac{66 \pm 60}{2} = \begin{cases} x_1 = 63 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x^2 - xy = 68 \\ x - y = 4 \end{cases} \Rightarrow \underline{x = y + 4}$. Sustituyendo en la 1ª

$(y+4)^2 - (y+4)y = 68 \Rightarrow y^2 + 16 + 8y - y^2 - 4y = 68$

$\Rightarrow 4y = 52 \Rightarrow \underline{y = 13} \Rightarrow \underline{x = 17}$

④ Si una solución es x la otra es el doble: $2x$
 La suma es $S = x + 2x = 3x$.

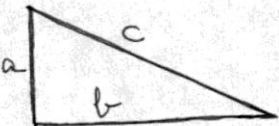
El producto es $p = x \cdot 2x = 2x^2$.

Como la ecuación es $x^2 - 2mx + 8 = 0$ ha de ser

$\begin{cases} S = 2m \\ p = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2m \\ 2x^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \begin{cases} 2 \\ -2 \end{cases}$

Si $x = 2 \Rightarrow 6 = 2m \Rightarrow \underline{m = 3}$

Si $x = -2 \Rightarrow -6 = 2m \Rightarrow \underline{m = -3}$

⑤  $\begin{cases} \frac{ab}{2} = 60 \\ a + b = 23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab = 120 \\ a + b = 23 \end{cases}$

$a = 23 - b$. Sustituyendo en la 1ª $(23-b)b = 120 \Rightarrow$

$\Rightarrow 23b - b^2 = 120 \Rightarrow b^2 - 23b + 120 = 0$

$\Delta = (-23)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 120 = 49 \Rightarrow b = \frac{23 \pm 7}{2} = \begin{cases} 15 \\ 8 \end{cases}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } b = 15 \Rightarrow a = 8 \\ \text{Si } b = 8 \Rightarrow a = 15 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Los catetos miden 8 y 15 m.}$$

$$\text{En cualquier caso } c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 8^2 + 15^2 = 289 \\ \Rightarrow c = 17 \Rightarrow \text{la hipotenusa mide 17 m.}$$

$$\textcircled{6} \quad a) \left\{ \begin{array}{c|cccc} 1 & 6 & 12 & 8 \\ -2 & -2 & -8 & -8 \\ \hline & 1 & 4 & 4 & | 0 \\ -2 & -2 & -4 & \\ \hline & 1 & 2 & & | 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = (x+2)(x+2)(x+2) \\ \text{Las soluciones de} \\ x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 0 \text{ son} \\ \underline{x = -2} \text{ (triple)} \end{array} \right.$$

$$b) \left\{ \begin{array}{c|ccccc} 1 & 1 & -4 & 2 & -12 \\ 2 & 2 & 6 & 4 & 12 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 6 & | 0 \\ -3 & -3 & 0 & -6 & \\ \hline & 4 & 0 & 2 & & | 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x^4 + x^3 - 4x^2 + 2x - 12 = (x-2)(x+3)(x^2+2) \\ \text{Las soluciones de} \\ x^4 + x^3 - 4x^2 + 2x - 12 = 0 \text{ son} \\ \underline{x=2}, \underline{x=-3} \text{ (no hay más pues} \\ \text{No HAY MÁS RAÍCES ENTERAS)} \quad x^2+2=0 \text{ no tiene solución).} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{7} \quad p(2) = 3 \Rightarrow 2(k+1)2^2 + 3 \cdot 2 + k - 2 = 3 \\ \Rightarrow 8(k+1) + 6 + k - 2 = 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 8k + 8 + 6 + k - 2 = 3 \Rightarrow 9k = -9 \\ \Rightarrow \underline{\underline{k = -1}}$$