

Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. De una muestra de 75 pilas eléctricas, se han obtenido estos datos sobre su duración:

Tiempo (en horas)	Número de pilas
(25, 30]	3
(30, 35]	5
(35, 40]	21
(40, 45]	28
(45, 55]	12
(55, 70]	6

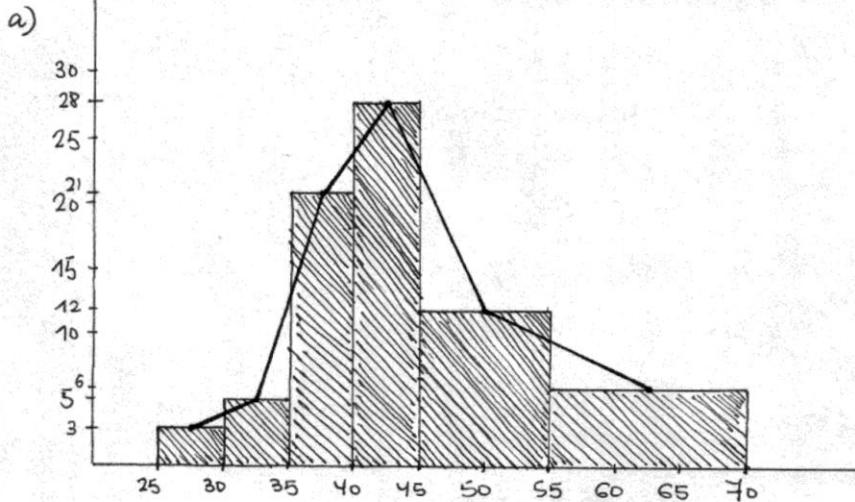
- Dibujar el histograma y el polígono de frecuencias. **(1 punto)**
 - Calcular la media aritmética, la mediana y la moda. **(1,5 puntos)**
 - Calcular la varianza y la desviación típica. **(1 punto)**
 - Calcular el coeficiente de variación e interpretar el resultado. **(1 punto)**
2. Se han estudiado los errores cometidos por un grupo de 117 personas en una prueba de ortografía X , y en otra de cálculo numérico Y . Los resultados están recogidos en la siguiente tabla:

$X(x_i) \backslash Y(y_j)$	0	1	2	3	4
0	24	6	1	0	0
1	11	19	2	3	0
2	7	8	6	2	0
3	2	3	3	7	1
4	1	0	2	4	5

- Calcular las medias, varianzas y desviaciones típicas marginales. **(2 puntos)**
- Hallar la covarianza. **(1 punto)**
- Calcula el coeficiente de correlación lineal e interprétalo. **(1 punto)**
- Halla la recta de regresión de Y sobre X . Para una persona que haya cometido 1 error ortográfico, ¿cuántos errores se pueden esperar en cálculo numérico? **(1,5 puntos)**

①

	x_i	n_i	N_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
(25, 30]	27'5	3	3	82'5	2268'75
(30, 35]	32'5	5	8	162'5	5281'25
(35, 40]	37'5	21	29	787'5	29531'25
(40, 45]	42'5	28	57	1190	50575
(45, 55]	50	12	69	600	30000
(55, 70]	62'5	6	75	375	23437'5
		75		3197'5	141093'75



b) $\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{N} = \frac{3197'5}{75} = \underline{\underline{42'63}}$

$$Me = e_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - N_{i-1}}{N_i - N_{i-1}} \cdot a_i = 40 + \frac{37'5 - 29}{57 - 29} \cdot 5 = \underline{\underline{41'52}}$$

$$Mo = e_{i-1} + \frac{n_i - n_{i-1}}{(n_i - n_{i-1}) + (n_i - n_{i+1})} \cdot a_i = 40 + \frac{28 - 21}{(28 - 21) + (28 - 12)} \cdot 5 = \underline{\underline{41'52}}$$

c) $Var(X) = \sigma_x^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{141093'75}{75} - 42'63^2 = \underline{\underline{63'93}}$

$$\sigma = + \sqrt{Var(X)} = + \sqrt{63'93} = \underline{\underline{8}}$$

d) $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{8}{42'63} = \underline{\underline{0'19}}$. Como $CV = 0'19$ está próximo a cero, resulta que la variable "duración de las pilas" es bastante homogénea y, por tanto, la media representa muy bien a la población.

2

$x_i \backslash y_j$	0	1	2	3	4	$n_{i \cdot}$	$n_{i \cdot} x_i$	$n_{i \cdot} x_i^2$	$\sum n_{ij} x_i y_j$
0	24	6	1	0	0	31	0	0	0
1	11	19	2	3	0	35	35	35	32
2	7	8	6	2	0	23	46	92	52
3	2	3	3	7	1	16	48	144	102
4	1	0	2	4	5	12	48	192	144
$n_{\cdot j}$	45	36	14	16	6	117	177	463	330
$n_{\cdot j} y_j$	0	36	28	48	24	136			
$n_{\cdot j} y_j^2$	0	36	56	144	96	332			

$$a) \bar{x} = \frac{\sum n_{i \cdot} x_i}{N} = \frac{177}{117} = \underline{1'51} ; \bar{y} = \frac{\sum n_{\cdot j} y_j}{N} = \frac{136}{117} = \underline{1'16}$$

$$\text{Var}(X) = \sigma_x^2 = \frac{\sum n_{i \cdot} x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{463}{117} - 1'51^2 = \underline{1'68}$$

$$\text{Var}(Y) = \sigma_y^2 = \frac{\sum n_{\cdot j} y_j^2}{N} - \bar{y}^2 = \frac{332}{117} - 1'16^2 = \underline{1'49}$$

$$\sigma_x = +\sqrt{\text{Var}(X)} = +\sqrt{1'68} = \underline{1'3} ; \sigma_y = +\sqrt{\text{Var}(Y)} = +\sqrt{1'49} = \underline{1'22}$$

$$b) \sigma_{xy} = \frac{\sum \sum n_{ij} x_i y_j}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{330}{117} - 1'51 \cdot 1'16 = \underline{1'07}$$

c) $\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{1'07}{1'3 \cdot 1'22} = 0'67$. Como ρ está más próximo a 1 que a 0 existe una correlación fuerte entre las dos variables. Las predicciones que se puedan hacer con las rectas de regresión serán muy buenas.

$$d) y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x}) \Rightarrow y - 1'16 = \frac{1'07}{1'68} (x - 1'51) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y - 1'16 = 0'64 (x - 1'51) \Rightarrow y - 1'16 = 0'64x - 0'97 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{y = 0'64x + 0'19}$$
. Para una persona que haya cometido

un error ortográfico ($x=1$) se pueden esperar los siguientes errores en cálculo numérico:

$$y = 0'64 \cdot 1 + 0'19 \Rightarrow \underline{y = 0'83}$$