

Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Dada la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 6x - 5 & \text{si } x \leq -1 \\ x + 1 & \text{si } -1 < x < 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \\ \frac{2}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- a) Estudia la continuidad de la función. En el punto o en los puntos en los que no sea continua explica el tipo de discontinuidad existente. **(1,5 puntos)**
- b) Representala gráficamente. **(1,5 puntos)**

2. Calcular los siguientes límites: **(3 puntos)**

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9x^4 - 3x + 1}}{3x^2 + 6x - 5} =$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1} \right) =$

c) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{x^2 - 8x + 7} =$

3. Dada la función $f(x) = \begin{cases} |x+3| & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{3x}{2x-k} & \text{si } -2 < x < 1 \\ x^2 - 2x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- a) Halla el valor de k para que la función sea continua en el punto $x = -2$. **(1 punto)**
- b) Para el valor de k hallado en el apartado anterior, estudia la continuidad de la función en el punto $x = 1$. **(1 punto)**
- c) Representa la función utilizando como valor de k el hallado en el apartado a). **(2 puntos)**

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

Examen de Matemáticas CCSS I

2 de mayo de 2006
Curso: 1º de Bachillerato B+C

Apellidos:	Calificación:
Nombre:	

1. Dada la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 6x - 5 & \text{si } x \leq -1 \\ x+1 & \text{si } -1 < x < 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \\ \frac{2}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- a) Estudia la continuidad de la función. En el punto o en los puntos en los que no sea continua explica el tipo de discontinuidad existente. (1,5 puntos)
b) Representala gráficamente. (1,5 puntos)

a) f es continua en todo su dominio ($\mathbb{R}$) salvo, de momento, en $x = -1$ y $x = 1$. Pasamos a estudiar la continuidad en estos puntos:

* $\boxed{x = -1}$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (-x^2 - 6x - 5) = 0 \quad \left\{ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0 \right.$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x+1) = 0$$

Además $f(-1) = 0$. Entonces, como $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0 = f(-1)$,

f es continua en $x = -1$

* $\boxed{x = 1}$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x+1) = 2 \quad \left\{ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \right.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{x} = 2$$

Por otro lado $f(1) = 3$. Como $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \neq f(1) = 3$

entonces f no es continua en $x = 1$. Hay una discontinuidad evitable.

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

2. Calcular los siguientes límites: (3 puntos)

$$\begin{aligned} \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9x^4 - 3x + 1}}{3x^2 + 6x - 5} &= \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\sqrt{9x^4 - 3x + 1}}{x^2}}{\frac{3x^2 + 6x - 5}{x^2}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{9x^4 - 3x + 1}{x^4}}}{\frac{3x^2}{x^2} + \frac{6x}{x^2} - \frac{5}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9 - \frac{3}{x^3} + \frac{1}{x^4}}}{3 + \frac{6}{x} - \frac{5}{x^2}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9 - 0 + 0}}{3 + 0 - 0} = \frac{\sqrt{9}}{3} = \frac{3}{3} = \underline{\underline{1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}) &= [\infty - \infty] = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})(\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1})}{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1 - (x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1}} = \\ &= \frac{2}{+\infty} = \underline{\underline{0}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{x^2 - 8x + 7} &= \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{(\sqrt{x-3} - 2)(\sqrt{x-3} + 2)}{(x^2 - 8x + 7)(\sqrt{x-3} + 2)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x - 3 - 4}{(x^2 - 8x + 7)(\sqrt{x-3} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x - 7}{(x^2 - 8x + 7)(\sqrt{x-3} + 2)} \\ &= \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x - 7}{(x - 7)(x - 1)(\sqrt{x-3} + 2)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 7} \frac{1}{(x - 1)(\sqrt{x-3} + 2)} = \frac{1}{6 \cdot (2 + 2)} = \underline{\underline{\frac{1}{24}}} \end{aligned}$$

I.E.S. "Fernando de Mena"

Departamento de Matemáticas

3. Dada la función $f(x) = \begin{cases} |x+3| & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{3x}{2x-k} & \text{si } -2 < x < 1 \\ x^2 - 2x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- a) Halla el valor de k para que la función sea continua en el punto $x = -2$. (1 punto)
b) Para el valor de k hallado en el apartado anterior, estudia la continuidad de la función en el punto $x = 1$. (1 punto)
c) Representa la función utilizando como valor de k el hallado en el apartado a) (2 puntos)

a) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} |x+3| = 1$
 $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3x}{2x-k} = \frac{-6}{-4-k}$ } Para que exista el límite

$$1 = \frac{-6}{-4-k} \Rightarrow -4-k = -6 \Rightarrow -k = -2 \Rightarrow \underline{k=2}$$

Para $k=2$ tenemos pues: $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1 = f(-2)$ y
por tanto f es continua en $x = -2$.

b) Si $k=2$ la función es $f(x) = \begin{cases} |x+3| & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{3x}{2x-2} & \text{si } -2 < x < 1 \\ x^2 - 2x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

Entonces, en el punto $x=1$:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x}{2x-2} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 2x) = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{como no coinciden}$$

los límites laterales, f no es continua en $x=1$.
Hay una DISCONTINUIDAD DE SALTO INFINITO.



