

1. Dada la función racional $y = \frac{2x+4}{x+3}$:

- a) Halla los puntos de corte con los ejes. **(0,5 puntos)**
- b) Haz las transformaciones oportunas en la función y di cuál es su asíntota vertical y su asíntota horizontal. **(0,5 puntos)**
- c) Represéntala gráficamente **(1 punto)**

2. Representa gráficamente la siguiente función definida por trozos: **(1,5 puntos)**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & \text{si } x \leq -1 \\ -x & \text{si } -1 < x < 1 \\ \frac{-1}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

3. Dada la siguiente función $g(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 2x - 3}$, se pide:

- a) Puntos de corte con los ejes. **(0,5 puntos)**
- b) Asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas). **(1 punto)**
- c) Representación gráfica de la función. **(0,5 puntos)**
- d) Dominio e imagen o recorrido de la función. **(0,5 puntos)**

4. Calcular los siguientes límites, indicando la indeterminación correspondiente:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 4}{x - 1}$ **(0,5 puntos)**

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{3x^3 + \sqrt{x^6} - 2}$ **(0,5 puntos)**

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$ **(0,5 puntos)**

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - x \right)$ **(0,5 puntos)**

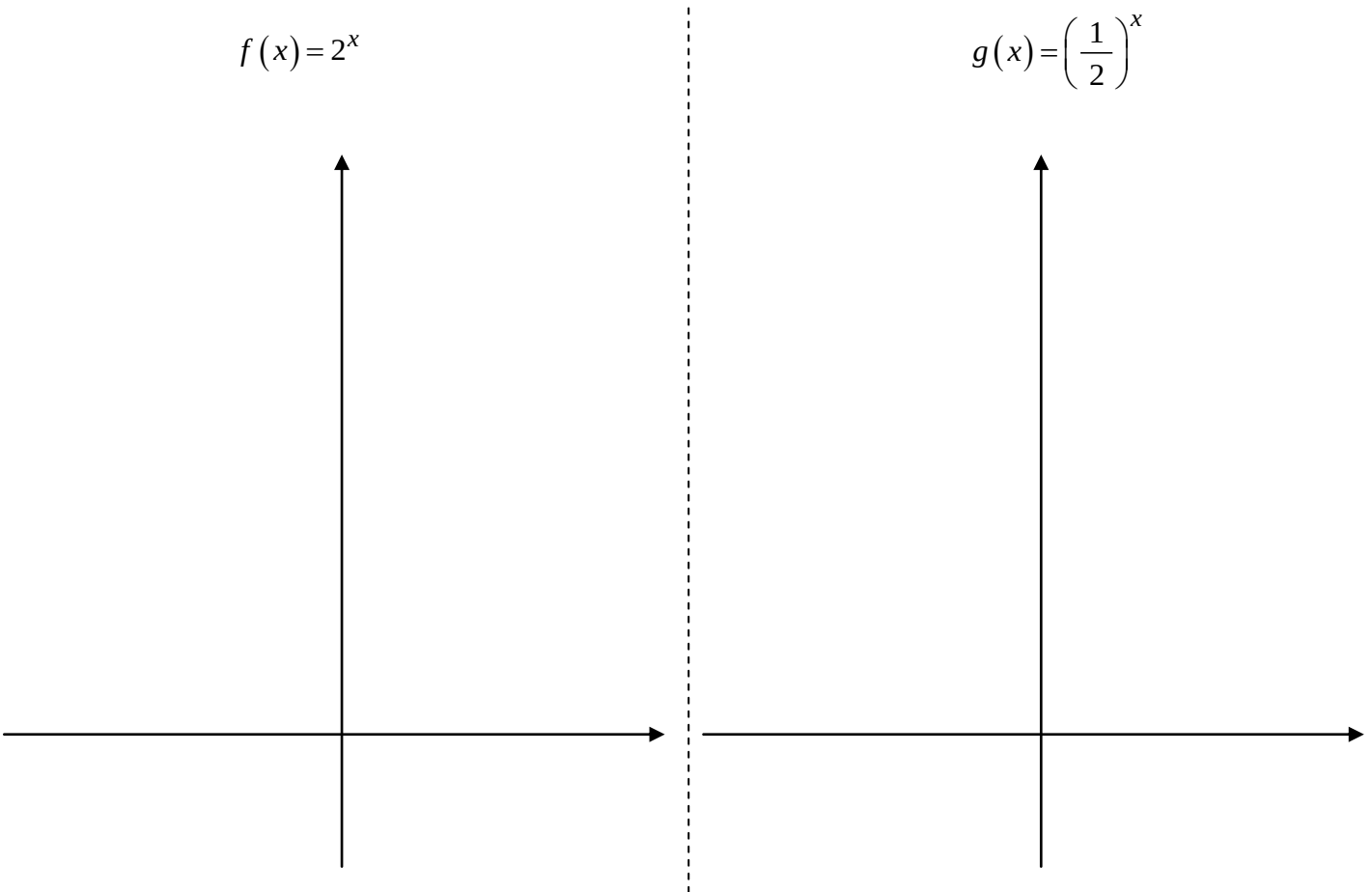
Pregunta teórica

Contesta a las siguientes cuestiones:

1. Las funciones exponenciales de base a son de la forma $f(x) =$
2. Las propiedades de las funciones exponenciales son las siguientes:
 - a) Dominio:
 - b) Recorrido o imagen:
 - c) Puntos de corte con el eje X:
 - d) Puntos de corte con el eje Y:
 - e) Son estrictamente crecientes cuando:
 - f) Son estrictamente decrecientes cuando:
3. Representa gráficamente las funciones exponenciales siguientes (sin tabla de valores)

$$f(x) = 2^x$$

$$g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

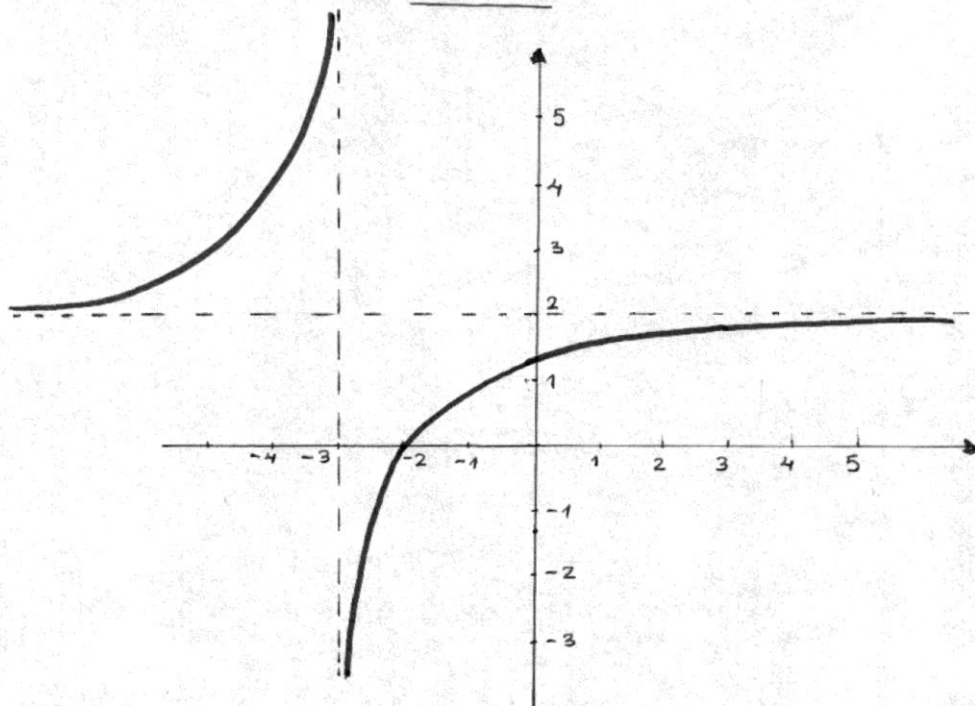


Nota: El valor de la pregunta teórica es de **dos puntos** repartidos de la siguiente manera:

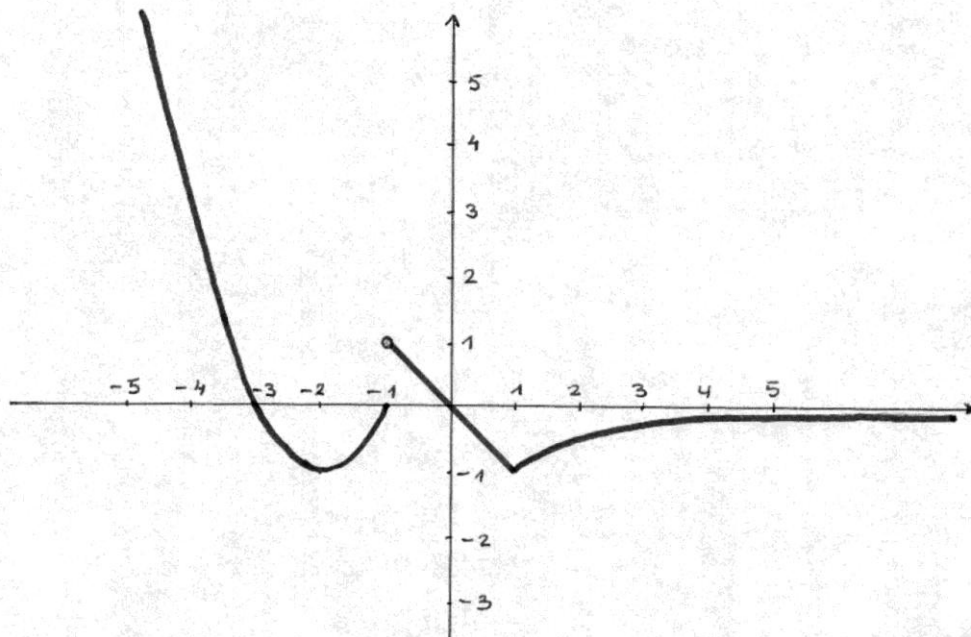
1. 0,2 puntos.
2. 1,2 puntos (0,2 puntos cada uno de los apartados).
3. 0,6 puntos (0,3 puntos cada uno de los apartados).

① a) Puntos de corte con el eje X: $y=0 \Rightarrow \frac{2x+4}{x+3}=0 \Rightarrow 2x+4=0$
 $\Rightarrow x=-2$. Por tanto el punto de corte con el eje X es: $(-2, 0)$
Puntos de corte con el eje Y: $x=0 \Rightarrow y = \frac{2 \cdot 0 + 4}{0 + 3} = \frac{4}{3}$. Por tanto el
 punto de corte con el eje Y es: $(0, \frac{4}{3})$.

b) $y = \frac{2x+4}{x+3} = 2 + \frac{-2}{x+3}$. Esto quiere decir que la gráfica
 se desplaza dos unidades hacia arriba y tres hacia la iz-
 quierda. Por tanto la asíntota horizontal es $y=2$ y la
 asíntota vertical es $x=-3$



②



b) a) Con el eje X: $y=0 \Rightarrow \frac{2x^2-8}{x^2-2x-3} = 0$

$\Rightarrow 2x^2-8=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$. Por tanto los puntos de corte con el eje X son: $(2,0)$ y $(-2,0)$.

Con el eje Y: $x=0 \Rightarrow y=\frac{8}{3}$. Por tanto el punto $(0, \frac{8}{3})$ es el de corte con el eje Y.

b) $x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=-1, x=3$

Entonces:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2-8}{x^2-2x-3} = \begin{cases} -\infty & \text{si } x \rightarrow -1^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow -1^+ \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2-8}{x^2-2x-3} = \begin{cases} -\infty & \text{si } x \rightarrow 3^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow 3^+ \end{cases}$$

Esto quiere decir que $x=-1$ y $x=3$ son asíntotas verticales.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-8}{x^2-2x-3} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{8}{x^2}}{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}} = 2$$

$\Rightarrow y=2$ es una asíntota horizontal.

d) $\text{Dom } g = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$; $\text{Im } g = \mathbb{R}$.

④ a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+2x^2+x-4}{x-1} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+3x+4)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2+3x+4) = 8$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3-3x^2+1}{3x^3+\sqrt{x^6-2}} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}}{3 + \sqrt{1 - \frac{2}{x^6}}} = \frac{2-0+0}{3+\sqrt{1-0}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

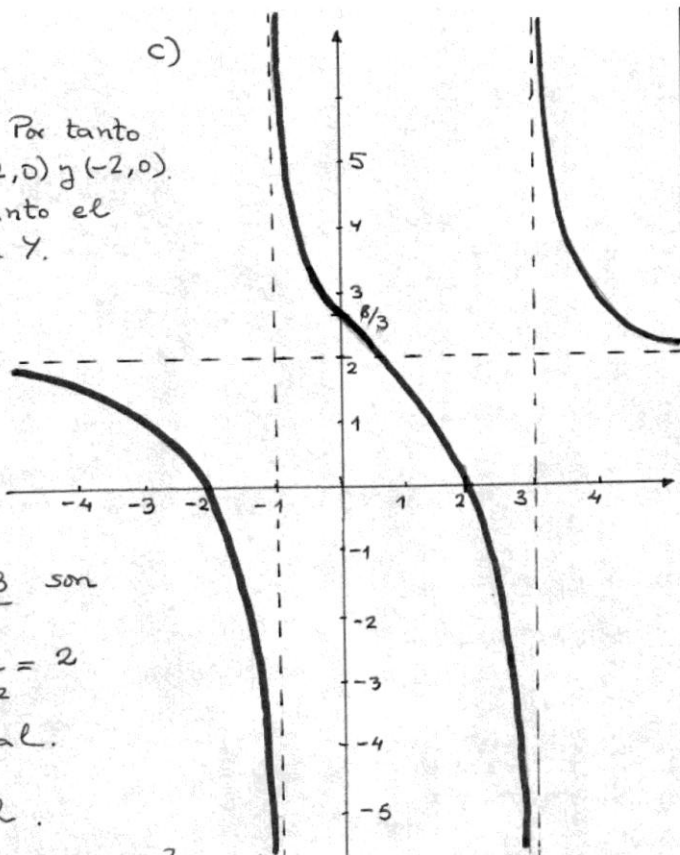
c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} =$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}^2 - 2^2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2-4}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} = \frac{1}{4}$$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1}-x) = [\infty - \infty] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)}{\sqrt{x^2+1}+x} =$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}^2 - x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x} = \frac{1}{\infty} = 0$$

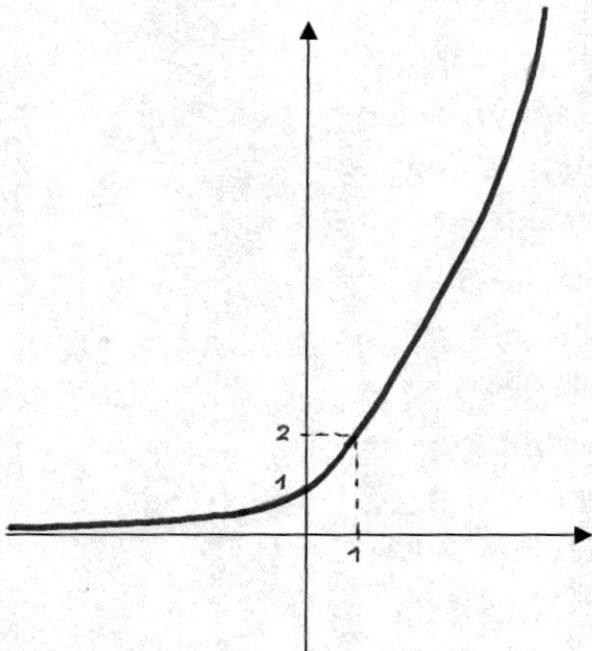


Pregunta teórica

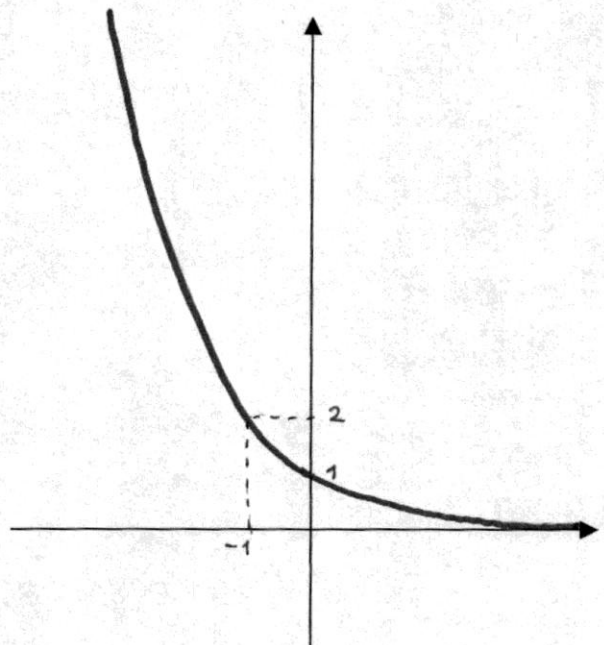
Contesta a las siguientes cuestiones:

1. Las funciones exponenciales de base a son de la forma $f(x) = a^x$, con $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ y $a \neq 1$
2. Las propiedades de las funciones exponenciales son las siguientes:
 - a) Dominio: $\text{Dom } f = \mathbb{R}$
 - b) Recorrido o imagen: $\text{Im } f = \mathbb{R}^+ = (0, +\infty)$
 - c) Puntos de corte con el eje X: no cortan al eje X
 - d) Puntos de corte con el eje Y: $(0, 1)$
 - e) Son estrictamente crecientes cuando: $a > 1$
 - f) Son estrictamente decrecientes cuando: $0 < a < 1$
3. Representa gráficamente las funciones exponenciales siguientes (sin tabla de valores)

$$f(x) = 2^x$$



$$g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



Nota: El valor de la pregunta teórica es de **dos puntos** repartidos de la siguiente manera:

1. 0,2 puntos.
2. 1,2 puntos (0,2 puntos cada uno de los apartados).
3. 0,6 puntos (0,3 puntos cada uno de los apartados).