

1. Dada la función parabólica $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - \frac{7}{2}$, hallar:

- a) Vértice. **[0,5 puntos]**
- b) Punto de corte con el eje Y. **[0,2 puntos]**
- c) Puntos de corte con el eje X. **[0,5 puntos]**
- d) **Copia la siguiente tabla** de valores y complétala. **[0,3 puntos]**

	Vértice	Corte eje Y	Corte eje X (1)	Corte eje X (2)			
X					2	6	8
Y							

- e) Representación gráfica. **[0,5 puntos]**

2. Calcular el dominio de las siguientes funciones. **[1 punto: 0,5 puntos por apartado]**

a) $y = \frac{3x-2}{x^3-2x^2-x+2}$; b) $y = \sqrt{x^2-x-12}$

3. Calcula los siguientes límites (caso de que el resultado sea ∞ indicar si es $+\infty$ o $-\infty$). **[2 puntos: 0,5 puntos por apartado]**

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2+x+1}{2x^2-3x-2}$; b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-3x^3+x-2}{2x^2+x-1}$; c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5-x^3+3x-10}{-x^4+4x-7}$; d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3-2x^6-x+x^2-3}{2x^5+6x^3-x^6+1}$

4. Hallar las asíntotas tanto verticales como horizontales de las siguientes funciones. Caso de que no exista alguna de ellas explicar por qué razón no existe en ese caso concreto. **[2 puntos: 1 punto por apartado]**

a) $y = \frac{x^3+x+1}{2x^2-3x+1}$; b) $y = \frac{-6x^2-1}{3x^2-9}$

5. Dada la función $y = \frac{x^2-4}{x^2+2x-3}$ calcular:

- a) Dominio. **[0,4 puntos]**
- b) Asíntotas verticales y asíntota horizontal. Si tiene asíntotas verticales hallar la tendencia por la izquierda y por la derecha de las mismas. **[1 punto: 0,8 puntos las verticales; 0,2 puntos la horizontal]**
- c) Puntos de corte con el eje X y con el eje Y. **[0,6 puntos: 0,4 puntos los del eje X; 0,2 puntos los del eje Y]**
- d) Representación gráfica aproximada. **[1 punto]**

① a) $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-1/2)} = \frac{-4}{-1} = 4$

$y = -\frac{1}{2} \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 - \frac{7}{2} = -8 + 16 - \frac{7}{2} = \frac{9}{2}$

Vértice: $(4, \frac{9}{2})$

b) Corte eje Y: $(0, c) = (0, -\frac{7}{2})$

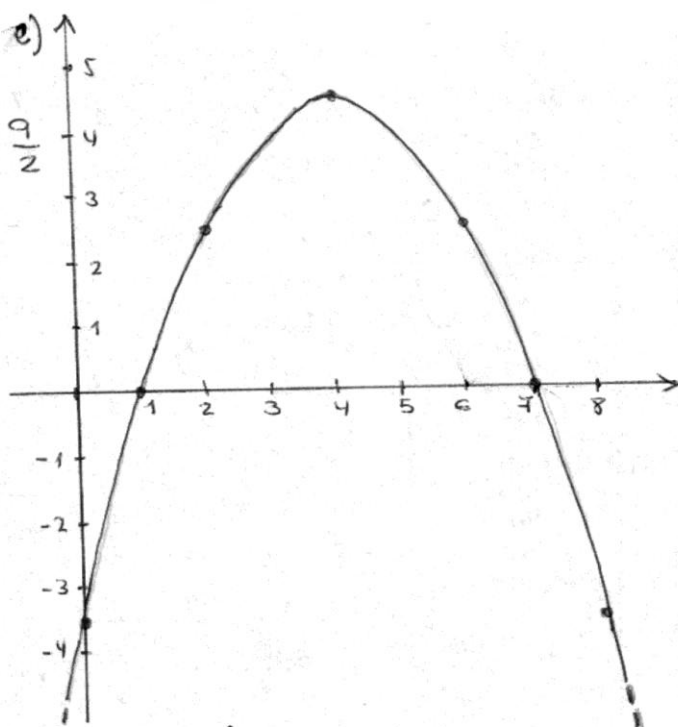
c) $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - \frac{7}{2} = 0$

Soluciones: $x_1 = 1, x_2 = 7$

Cortes eje X: $(1, 0), (7, 0)$

d) TABLA:

x	4	0	1	7	2	6	8
y	$\frac{9}{2}$	$-\frac{7}{2}$	0	0	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{7}{2}$



② a) $x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$ (RUFFINI)

Entonces $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 1, x = 2$.

Por tanto $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-1, 1, 2\}$

b) $x^2 - x - 12 \geq 0 \Leftrightarrow (x+3)(x-4) \geq 0$

	-3		4
$x+3$	-	+	+
$x-4$	-	-	+
$(x+3)(x-4)$	+	-	+

Entonces:

$\text{Dom } f = (-\infty, -3] \cup [4, +\infty)$

③ a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^3 + x + 1}{2x^2 - 3x - 2} = \left[\frac{-5}{0} \right] = \begin{cases} +\infty & \text{si } x \rightarrow 2^- \\ -\infty & \text{si } x \rightarrow 2^+ \end{cases}$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-3x^3 + x - 2}{2x^2 + x - 1} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(-3x^2 + 3x - 2)}{(x+1)(2x-1)} =$
 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-3x^2 + 3x - 2}{2x - 1} = \frac{-8}{-3} = \underline{\underline{\frac{8}{3}}}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5 - x^3 + 3x - 10}{-x^4 + 4x - 7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5}{-x^4} = \underline{\underline{+\infty}}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 - 2x^6 - x + x^2 - 3}{2x^5 + 6x^3 - x^6 + 1} = \frac{-2}{-1} = \underline{\underline{2}}$

(se dividen los coeficientes líderes por ser ambos polinomios del mismo grado).

④ a) $2x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}, x = 1$

* $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x^3 + x + 1}{2x^2 - 3x + 1} = \left[\frac{13/8}{0} \right] = \pm\infty \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}}$ es una A.V.

* $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x + 1}{2x^2 - 3x + 1} = \left[\frac{3}{0} \right] = \pm\infty \Rightarrow \boxed{x = 1}$ es otra A.V.

* $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3 + x + 1}{2x^2 - 3x + 1} = \pm\infty \Rightarrow$ no tiene asíntotas horizontales

b) $3x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$

* $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{-6x^2 - 1}{3x^2 - 9} = \left[\frac{-19}{0} \right] = \pm\infty \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{3}}$ es una A.V.

* $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{3}} \frac{-6x^2 - 1}{3x^2 - 9} = \left[\frac{-19}{0} \right] = \pm\infty \Rightarrow \boxed{x = -\sqrt{3}}$ es otra A.V.

* $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-6x^2 - 1}{3x^2 - 9} = -2 \Rightarrow \boxed{y = -2}$ es una A.V.

⑤ a) $x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3, x = 1$

Entonces $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-3, 1\}$

b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x - 3} = \left[\frac{5}{0} \right] = \begin{cases} +\infty, & x \rightarrow -3^- \\ -\infty, & x \rightarrow -3^+ \end{cases}$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x - 3} = \left[\frac{-3}{0} \right] = \begin{cases} +\infty, & x \rightarrow 1^- \\ -\infty, & x \rightarrow 1^+ \end{cases}$

$\boxed{x = -3}$ y $\boxed{x = 1}$ son A.V.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x - 3} = 1$

$\Rightarrow \boxed{y = 1}$ es A.H.

c) Cortes eje X: $y = 0$

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2, x = -2$

$(2, 0), (-2, 0)$

Corte eje Y: $x = 0$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow y = \frac{4}{3}$

$(0, \frac{4}{3})$

