

Ejercicio 1.

El IVA (impuesto sobre el valor añadido) es un impuesto indirecto que grava el consumo. En España, dependiendo de las características del producto o servicio, se aplican tres tipos de IVA diferentes, el súper reducido, el reducido y el general. La última subida de este impuesto se efectuó en el año 2012.

	IVA general	IVA reducido	IVA súper reducido
31 de agosto de 2012	18 %	8 %	4 %
1 de septiembre de 2012	21 %	10 %	4 %

- En qué porcentaje se incrementó cada tipo de IVA el 1 de septiembre de 2012.
- En qué porcentaje se debería reducir cada tipo de IVA actual para devolverlo al nivel de agosto de 2012.
- Una familia que gasta un 45 % en bienes y servicios gravados con el tipo normal de IVA, un 30 % con el tipo reducido, un 15 % al tipo súper reducido y un 10 % en bienes exentos de IVA, se vio afectada por esta subida de impuestos. ¿En qué porcentaje le aumentó el IVA?

Solución:

El IVA general pasó del 18% al 21%. Quiere decir que pasamos de pagar en impuestos 18€ por cada 100€ gastados, a 21€ por cada 100€. Esto supone un aumento de 3€ sobre los 18€ que pagábamos inicialmente y, aunque puede parecer que el incremento es del 3% (pagamos un 3% más sobre el valor de lo que compramos), en realidad, el IVA, sufrió un aumento porcentual del 16,67%

IVA general: 18% → 21% , aumentó $\frac{3}{18} = 0,1\bar{6} \approx 16,67\%$

IVA reducido: 8% → 10% , aumentó $\frac{2}{8} = 0,25 = 25\%$

IVA súper reducido: 4% → 4% , aumentó el 0%

Para volver a los niveles de agosto de 2012:

IVA general: 21% → 18% , debería disminuir $\frac{3}{21} \approx 0,1429 = 14,29\%$

IVA reducido: 10% → % , debería disminuir $\frac{2}{10} = 0,2 = 20\%$

La familia del supuesto, de cada 100€ que gasta en bienes y servicios, 45€ están sujetos al IVA general, 30€ al IVA reducido y 15€ al súper reducido. Por tanto, sus impuestos por este concepto, el 31 de agosto de 2012, habrían sido: $0,18 \cdot 45 + 0,08 \cdot 30 + 0,04 \cdot 15 = 11,10\text{€}$

El 1 de septiembre de 2012, pasaron a ser: $0,21 \cdot 45 + 0,1 \cdot 30 + 0,04 \cdot 15 = 13,05\text{€}$

$\frac{13,05}{11,1} \approx 1,1757 \Rightarrow$ el aumento, en porcentaje, de los impuestos en concepto de IVA fue del 17,57%.

Ejercicio 2.

Disponemos de ciertos ahorros y nos planteamos contratar una cuenta a plazo con pago de intereses trimestral.

- Durante cuánto tiempo debemos mantener 20.000 € en una cuenta, al 2% de interés anual y con abono de intereses trimestral, para que se conviertan en 22.770 €.
- A qué tipo de interés anual deberíamos depositar 20.000 € para obtener un beneficio de 4.000 €, en cuatro años, con abono de intereses trimestral.

Solución:

1.

20.000 € han de convertirse en 22.770 €, a un 2% de interés anual y con periodos de capitalización trimestrales.

Por tanto $22770 = 20000 \cdot \left(1 + \frac{2}{400}\right)^n$, siendo n el número de trimestres $\Rightarrow 22770 = 20000 \cdot (1,005)^n \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{22770}{20000} = (1,005)^n \Rightarrow \log(1,1385) = \log(1,005)^n \Rightarrow \log(1,1385) = n \cdot \log(1,005) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log(1,1385)}{\log(1,005)} = 26 \Rightarrow \text{son necesarios 26 trimestres, es decir, seis años y medio.}$$

2.

Ahora, 20.000 € han de convertirse en 24.000 €, en cuatro años y con periodos de capitalización trimestrales. Busquemos el tipo de interés anual, necesario para lograrlo.

$$24000 = 20000 \cdot \left(1 + \frac{i}{400}\right)^{16}, \text{ siendo } i \text{ el interés anual} \Rightarrow \left(1 + \frac{i}{400}\right)^{16} = \frac{24000}{20000} \Rightarrow \left(1 + \frac{i}{400}\right)^{16} = 1,2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{i}{400} = (1,2)^{\frac{1}{16}} \Rightarrow i = \left[(1,2)^{\frac{1}{16}} - 1\right] \cdot 400 \Rightarrow i \approx 4,584$$

Necesitamos un 4,6% de interés anual.

Ejercicio 3.

Queremos solicitar un préstamo de 40.000 € y nuestro banco nos ofrece un tipo de interés del 6% anual.

- Encuentra la cuota mensual adecuada para amortizarlo en 7 años.
- Si queremos pagar una cuota mensual de 400 €, ¿cuánto tiempo tardaremos en amortizar el préstamo?

Solución:

1.

Si el capital prestado hubiese que devolverlo en un único pago, al final de los 7 años y con periodos de capitalización

mensuales, se habría convertido en $40000 \cdot \left(1 + \frac{6}{1200}\right)^{84} = 60.814,79 \text{ €}$

Si llamamos m a la cuota mensual válida para amortizar el préstamo, tenemos que la primera cuota estará produciendo (dejando de pagar) intereses durante 83 meses, la segunda 82 y así sucesivamente, con lo que las cuotas pagadas hasta el vencimiento acumulan el valor :

$$m + m \cdot \left(1 + \frac{6}{1200}\right) + m \cdot \left(1 + \frac{6}{1200}\right)^2 + \dots + m \cdot \left(1 + \frac{6}{1200}\right)^{82} + m \cdot \left(1 + \frac{6}{1200}\right)^{83} = m \cdot \frac{\left(1 + \frac{6}{1200}\right)^{84} - 1}{\left(1 + \frac{6}{1200}\right) - 1} = m \cdot 104,074$$

Ese valor acumulado, de algo más de 104 cuotas ($104,074 \cdot m$), debe ser igual a la cantidad que tendría que recibir el banco.
 $104,074 \cdot m = 60814,79 \Rightarrow m = 584,34$, la cuota mensual será de 584,34€.

2.

Si ahora queremos que la cuota mensual para amortizar el préstamo sea de 400€, tenemos que la primera cuota estará produciendo (dejando de pagar) intereses durante $(n-1)$ meses, la segunda $(n-2)$ y así sucesivamente, con lo que las cuotas pagadas hasta el vencimiento acumulan el valor :

$$400 + 400 \cdot \left(1 + \frac{6}{1200}\right) + 400 \cdot \left(1 + \frac{6}{1200}\right)^2 + \dots + 400 \cdot \left(1 + \frac{6}{1200}\right)^{n-2} + 400 \cdot \left(1 + \frac{6}{1200}\right)^{n-1} = 400 \cdot \frac{\left(1 + \frac{6}{1200}\right)^n - 1}{\left(1 + \frac{6}{1200}\right) - 1}$$

Ese valor acumulado, debe ser igual a la cantidad que tendría que recibir el banco: $40000 \cdot \left(1 + \frac{6}{1200}\right)^n$

$$\begin{aligned} \text{con lo que tenemos: } 400 \cdot \frac{\left(1 + \frac{6}{1200}\right)^n - 1}{\frac{6}{1200}} &= 40000 \cdot \left(1 + \frac{6}{1200}\right)^n \Rightarrow 400 \cdot [(1,005)^n - 1] = \frac{6}{1200} \cdot 40000 \cdot (1,005)^n \Rightarrow \\ \Rightarrow 400 \cdot (1,005)^n - 400 &= 200 \cdot (1,005)^n \Rightarrow 400 \cdot (1,005)^n - 200 \cdot (1,005)^n = 400 \Rightarrow 200 \cdot (1,005)^n = 400 \Rightarrow \\ \Rightarrow (1,005)^n &= 2 \Rightarrow \log(1,005)^n = \log 2 \Rightarrow n \cdot \log(1,005) = \log 2 \Rightarrow n = \frac{\log 2}{\log(1,005)} \approx 139 \end{aligned}$$

Con una cuota mensual de 400€, tardaríamos 139 meses en amortizar el préstamo.

Ejercicio 4.

Juan se ha planteado seguir un plan de ahorro personal durante 5 años y para ello ha contratado una cuenta de ahorro remunerada, al 2,5 % de interés anual, con abono de intereses mensual. Al contratar la cuenta efectúa un ingreso de 5.000 € y acuerda con el banco que, al inicio de cada mes, se haga un traspaso automático de 150 € desde su cuenta corriente a la cuenta de ahorro, efectuando el primero de ellos en ese mismo instante. ¿Cuánto dinero tendrá en la cuenta al finalizar el periodo de 5 años?

Solución:

Los 5.000€ iniciales van a estar en la cuenta 5 años, a un 2,5% de interés anual y con periodos de capitalización mensuales con lo que al final de los 5 años se habrán convertido en:

$$5000 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^{60} = 5665,01€$$

Por otro lado, las aportaciones mensuales de 150€ van a estar en cuenta tiempos diferentes, desde la primera, que estará 60 meses, hasta la última, que estará 1 mes. Esas aportaciones, en 5 años, acumularán un valor :

$$\begin{aligned}
 & 150 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^{60} + 150 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^{59} + \dots + 150 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^2 + 150 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right) = \frac{150 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^{61} - 150 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)}{\left(1 + \frac{2,5}{1200}\right) - 1} = \\
 & = 150 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^{60} - 1}{\frac{2,5}{1200}} = 9596,03\text{€} \Rightarrow \text{Al finalizar los 5 años, en cuenta tendrá } 5665,01 + 9596,03 = \mathbf{15.261,04\text{€}}
 \end{aligned}$$