

PROBLEMAS SOBRE RADICALES.

1º) Ordena de menor a mayor los siguientes radicales, reduciéndolos a índice común:

$$\sqrt[3]{16}, \sqrt[8]{5^7}, \sqrt{3}.$$

$$\text{Solución: } \sqrt{3} < \sqrt[3]{16} < \sqrt[8]{5^7}.$$

2º) Realizar las siguientes sumas de radicales:

$$\text{a) } 3\sqrt{2} - 5\sqrt{8} + 7\sqrt{32}$$

$$\text{b) } 5\sqrt{48} - \sqrt{\frac{3}{64}}$$

$$\text{c) } \sqrt{\frac{8}{27}} + \sqrt{\frac{32}{75}}.$$

$$\text{Solución: a) } 21\sqrt{2}, \text{ b) } \frac{159}{8}\sqrt{3}, \text{ c) } \frac{22}{15}\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

3º) Simplificar las expresiones:

$$\text{a) } \sqrt{\frac{2\sqrt{7}+1}{2\sqrt{7}-1}}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{9}}{-15 - \sqrt{3}}$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{16}}{3\sqrt[3]{16} - 3\sqrt[3]{54}}$$

$$\text{Solución: a) } \frac{2\sqrt{21} + \sqrt{3}}{9}, \text{ b) } -1, \text{ c) } 3.$$

4º) Racionalizar:

$$\text{a) } \frac{2}{\sqrt{15} + \sqrt{5}}, \text{ b) } \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt{5} - 1}, \text{ c) } \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}, \text{ d) } \frac{5}{1 - \sqrt{3}}, \text{ e) } \frac{7}{\sqrt{5} + 4}, \text{ f) } \frac{3 - \sqrt{7}}{\sqrt{2} + 1}, \text{ g) } \frac{2}{\sqrt{5}}, \text{ h) } \frac{2}{\sqrt[3]{7}},$$

$$\text{i) } \frac{1}{\sqrt{2} - 1}, \text{ j) } \frac{1}{\sqrt[4]{5} - 2}, \text{ k) } \frac{8}{\sqrt{2} - 5 + \sqrt{3}}, \text{ l) } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3}}$$

$$\text{Solución: a) } \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{5}, \text{ b) } \frac{\sqrt[6]{5^5} + \sqrt[3]{5}}{4}, \text{ c) } -3 + 2\sqrt{2}, \text{ d) } \frac{-5 - 5\sqrt{3}}{2}, \text{ e) } \frac{28 - 7\sqrt{5}}{11},$$

$$\text{f) } -3 + 3\sqrt{2} + \sqrt{7} - \sqrt{14}, \text{ g) } \frac{2\sqrt{5}}{5}, \text{ h) } \frac{2\sqrt[3]{49}}{7}, \text{ i) } \sqrt{2} + 1, \text{ j) } \frac{-\sqrt[4]{125} - 2\sqrt[4]{25} - 4\sqrt[4]{5} - 8}{11},$$

$$\text{k) } \frac{47\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + 10\sqrt{6}}{23}, \text{ l) } \sqrt[6]{3}.$$

PROBLEMAS SOBRE RADICALES.

5º) Simplificar:

a) $2\sqrt{45} + \sqrt{500} - 3\sqrt{245}$

b) $\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16}$

c) $3a\sqrt{a^3b} - \sqrt{ab^3} + \sqrt{a^5b}$

d) $\sqrt{\frac{2}{9}} + \sqrt{\frac{8}{25}} - \sqrt{\frac{2}{225}}$

e) $\frac{(3\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{72})\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}$

f) $\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{180} - \sqrt{80})\sqrt{5}}{\sqrt[5]{4}}$

g) $\frac{\sqrt[4]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{b}{a}}}{\sqrt[12]{\frac{a}{b}}}$

Solución: a) $-5\sqrt{5}$, b) 0, c) $(4a^2 - b)\sqrt{ab}$, d) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$, e) $\frac{14\sqrt[3]{9}}{3}$, f) $6\sqrt[20]{\frac{5^{15}}{4^4}}$, g) $\sqrt[6]{\frac{b}{a}}$.

6º) Demuestra que los siguientes números son enteros:

a) $\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$

b) $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}$

c) $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$

Pista: Dale nombre a cada número, por ejemplo x, y resolver la ecuación con radicales resultante. Tener cuidado al llegar a la solución pues al elevar los dos miembros de una ecuación a un número, se pueden introducir soluciones no válidas.

Solución: a) $x=4$, b) $x=2$, c) $x=4$.

7º) Hallar dos números racionales positivos m y n tales que verifiquen:

a) $\sqrt{11} + \sqrt{112} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$

b) $\sqrt{11-4\sqrt{6}} = \sqrt{m} - \sqrt{n}$

Solución: a) $m=7$ y $n=4$, ó $m=4$ y $n=7$. b) $m=8$, $n=3$.