

EJERCICIOS

1) Simplifica las siguientes fracciones polinómicas:

a) $\frac{4x-8}{x^2-4}$

b) $\frac{x^2-4x+4}{4x^2-x^4}$

c) $\frac{x^6-4x^4}{x^4-3x^3}$

d) $\frac{x^3-2x^2+x}{x^3-x}$

e) $\frac{4x^2-36}{2x^3+12x^2+18x}$

f) $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$

g) $\frac{x^2-4x+3}{1-x}$

h) $\frac{5x+5}{x+x^2}$

i) $\frac{x^3-19x-30}{x^3-3x^2-10x}$

j) $\frac{4x^2-x^4}{x^2-4x+4}$

k) $\frac{x^4-1}{x^4+x^2}$

l) $\frac{3-2x}{4x^2-9}$

m) $\frac{x^3-2x^2+x}{x^3-3x^2+3x-1}$

n) $\frac{x^4-x^3+4x^2-4x}{x^4+x^3+4x^2+4x}$

o) $\frac{x^2-xy}{x^2-2xy+y^2}$

p) $\frac{a^2b-a^3}{a^2b^2-a^4}$

q) $\frac{x^3y^2-b^2x}{x^2y-bx}$

r) $\frac{2ab-b^2}{ab-2a^2}$

Soluciones: a) $\frac{4}{x+2}$

b) $\frac{2-x}{x^3+2x^2}$

c) $\frac{x^3-4x}{x-3}$

d) $\frac{x-1}{x+1}$

e) $\frac{2x-6}{x^2+3x}$

f) $\frac{x+1}{x-1}$

g) $-x+3$

h) $\frac{5}{x}$

i) $\frac{x+3}{x}$

j) $\frac{x^3+2x^2}{2-x}$

k) $\frac{x^2-1}{x^2}$

l) $\frac{-1}{2x+3}$

m) $\frac{x}{x-1}$

n) $\frac{x-1}{x+1}$

o) $\frac{x}{x-y}$

p) $\frac{1}{b+a}$

q) $xy+b$

r) $-\frac{b}{a}$

2) Realiza las operaciones siguientes, y simplifica el resultado todo lo que se pueda:

a) $\frac{2x+1}{3} + \frac{5+2x}{4} - \frac{x}{6}$

b) $\frac{5}{2x} - \frac{2x-3}{6x^2} + \frac{x^2+1}{9x^3}$

c) $\frac{3}{x+1} + \frac{3}{x-1} + \frac{6}{x^2-1}$

d) $\frac{x-2}{2x+4} - \frac{x}{3x-6} + \frac{16}{x^2-4}$

e) $\frac{2x+1}{x^2-x} + \frac{2-x}{x^2-1} - \frac{1+x}{x^2+x}$

f) $\frac{5}{2x+4} + \frac{2}{x-2} - \frac{1}{2x-4}$

g) $\frac{2x+3}{2-x} - \frac{3x-1}{2+x} + \frac{5x-3}{x^2-4}$

h) $x+1 - \frac{3x}{5-x} - \frac{x^3+4x^2-5x}{x^2-25}$

i) $\frac{x}{2x-6} - \frac{x-3}{3x+9} + \frac{2}{x^2-9}$

j) $\frac{3x+6}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{6x^2-24}$

k) $\frac{9x^2-16}{16x^2-9} : \frac{3x-4}{4x+3}$

l) $(x^2+7x+10) \cdot \frac{x+5}{x^2+4x+4}$

m) $\frac{24a^3}{25x^4} \cdot \frac{6x^3}{16a^5}$

n) $\left(x - \frac{1}{x}\right) : \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) \cdot \frac{x^2}{(x-1)^2}$

$$\text{ñ)} \left(x + \frac{1}{x}\right) : \left(\frac{2x^2 - 1}{2x^2} - 1\right)$$

$$\text{o)} \left(x + \frac{1}{x}\right) : \left(x - \frac{x}{x-1}\right)$$

$$\text{p)} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right) \cdot \frac{x^5 + x^3}{6}$$

$$\text{q)} \frac{7x}{6x+12} - \frac{x+5}{2x^2-8}$$

$$\text{r)} \frac{x^2 + 18x + 81}{9x^2 - 225} : \frac{x^2 + 9x}{x^2 - 10x + 25}$$

$$\text{s)} \frac{x}{9x^2 - 9} + \frac{2}{x+1} - \frac{3x-1}{5x^2 - 10x + 5}$$

$$\text{t)} \left(\frac{2x+3}{x-3} + 1\right) : \left(1 + \frac{2x-3}{x+3}\right)$$

$$\text{u)} \left(\frac{x^2}{x^2-2x} - \frac{2x}{x^2+2x}\right) : \left(\frac{x^2}{x^2+2x} + \frac{2x}{x^2-2x}\right)$$

Soluciones: a) $\frac{12x+19}{12}$

b) $\frac{41x^2+9x+2}{18x^3}$

c) $\frac{6}{x-1}$

d) $\frac{x^2-16x+108}{6x^2-24}$

e) $\frac{5x+2}{x^3-x}$

f) $\frac{4x-2}{x^2-4}$

g) $\frac{-5x^2+5x-11}{x^2-4}$

h) $\frac{-5}{x-5}$

i) $\frac{x^2+21x-6}{6x^2-54}$

j) $\frac{x-1}{2x-4}$

k) $\frac{3x+4}{4x-3}$

l) $\frac{x^2+10x+25}{x+2}$

m) $\frac{9}{25a^2x}$

n) $\frac{x^3}{(x^5-x^4+x^3-x^2+x-1) \cdot (x-1)}$

ñ) $-2x^3 - 2x$

o) $\frac{x^3-x^2+x-1}{x^3-2x^2}$

p) $\frac{x^4+2x^3+4x^2+2x+3}{6}$

q) $\frac{7x^2-17x-15}{6x^2-24}$

r) $\frac{x^2+4x-45}{9x^2+45x}$

s) $\frac{68x^2-176x+99}{45x^3-45x^2-135x+45}$

t) $\frac{x+3}{x-3}$

u) 1

1) Factorizar en polinomios irreducibles con coeficientes enteros:

a) $2x^4 + 3x^3 - 8x^2 - 12x$

(Sol: $x \cdot (x-2) \cdot (x+2) \cdot (2x+3)$)

b) $6x^5 - 25x^4 + 26x^3 + 4x^2 - 8x$

(Sol: $x \cdot (x-2)^2 \cdot (2x+1) \cdot (3x-2)$)

c) $4x^4 - 4x^3 - 35x^2 + 36x - 9$

(Sol: $(x-3) \cdot (x+3) \cdot (2x-1)^2$)

d) $x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 8x + 4$

(Sol: $(x+1)^2 \cdot (x^2+4)$)

e) $4x^4 - 15x^2 - 5x + 6$

(Sol: $(x+1) \cdot (x-2) \cdot (2x-1) \cdot (2x+3)$)

f) $9x^5 - 15x^4 - 2x^3 + 8x^2$

(Sol: $x^2 \cdot (x-1) \cdot (3x+2) \cdot (3x-4)$)

g) $6x^5 - 13x^4 - 11x^3 + 13x^2 + 5x$

(Sol: $x \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (3x+1) \cdot (2x-5)$)

h) $10x^4 + 9x^3 - 18x^2 - 23x - 6$

(Sol: $(x+1)^2 \cdot (2x-3) \cdot (5x+2)$)

i) $9x^5 + 21x^4 + 16x^3 + 4x^2$

(Sol: $x^2 \cdot (x+1) \cdot (3x+2)^2$)

j) $4x^5 - 3x^3 - x$

(Sol: $x \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (4x^2+1)$)