



INECUACIONES. SISTEMAS DE INECUACIONES.

INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

011



$$-2 + 4x - 3x + 5 > x + 3 + x$$

3/4E/

RESOLUCIÓN:

$$4x - 3x - x - x > 2 - 5 + 3$$

$$-x > 0$$

¡¡¡ OJO !!! Si $c < 0 \rightarrow a > b \Leftrightarrow a \cdot c < b \cdot c$
 $x < 0$

$x < 0$	$(-\infty, 0)$ $] -\infty, 0[$	Representación gráfica
---------	-----------------------------------	----------------------------

012



$$7(x-1) + 2(x-1) - 3(x+1) \leq -5(x+1) + 11x$$

3/4E/

RESOLUCIÓN:

$$7x - 7 + 2x - 2 - 3x - 3 \leq -5x - 5 + 11x$$

$$7x + 2x - 3x + 5x - 11x \leq -5 + 3 + 2 + 7$$



$$0x \leq 7$$

$$0 \leq 7$$

La inecuación se verifica para cualquier valor de x

$\forall x \in \mathbb{R}$	$(-\infty, +\infty)$ $] -\infty, +\infty[$	Representación gráfica
----------------------------	---	----------------------------

020



$$\frac{2x-1}{3} - \frac{x-2}{2} - \frac{x+1}{6} \leq \frac{x-5}{12}$$

3/4E/

RESOLUCIÓN:

m.c.m: 12

$$4(2x-1) - 6(x-2) - 2(x+1) \leq x-5$$

$$8x - 4 - 6x + 12 - 2x - 2 \leq x - 5 \rightarrow 8x - 6x - 2x - x \leq -5 + 4 - 12 + 2$$

$$-x \leq -11$$

¡¡¡ OJO !!! Si $c < 0 \rightarrow a \leq b \Leftrightarrow a \cdot c \geq b \cdot c$
 $x \geq 11$

$x \geq 11$	$[11, +\infty)$ $[11, +\infty[$	Representación gráfica
-------------	------------------------------------	----------------------------

024



$$\frac{3x-3}{5} - \frac{4x+8}{2} < \frac{x}{4} - x + 1$$

3/4E/1B

RESOLUCIÓN:

m.c.m: 20

$$4(3x-3) - 10(4x+8) < 5x - 20x + 20$$

$$12x - 12 - 40x - 80 < 5x - 20x + 20$$

$$12x - 40x - 5x + 20x < 20 + 12 + 80$$

$$-13x < 112$$

¡¡¡ OJO !!! Si $c < 0 \rightarrow a < b \Leftrightarrow a \cdot c > b \cdot c$
 $13x > -112$

$x > \frac{-112}{13}$	$(-\frac{112}{13}, +\infty)$ $] -\frac{112}{13}, +\infty[$	Representación gráfica
-----------------------	---	----------------------------

031



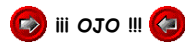
$$\frac{x-1}{3} - \frac{x-2}{2} - \frac{x-1}{6} \leq \frac{x-5}{12} - 2$$

3/4E/1B

RESOLUCIÓN:

m.c.m: 12

$$\begin{aligned} 4(x-1) - 6(x-2) - 2(x-1) &\leq x-5 - 24 \\ 4x - 4 - 6x + 12 - 2x + 2 &\leq x - 5 - 24 \\ 4x - 6x - 2x - x &\leq -5 + 4 - 12 - 2 - 24 \\ -5x &\leq -39 \end{aligned}$$

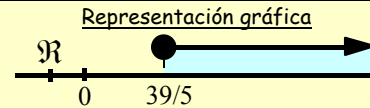


iii OJO !!! Si $c < 0 \rightarrow a \leq b \Leftrightarrow a \cdot c \geq b \cdot c$
 $5x \geq 39$

$$x \geq \frac{39}{5}$$

$$[39/5, +\infty)$$

$$[39/5, +\infty[$$



035



$$\frac{2(x-1)}{4} - \frac{-1+3x}{3} \geq \frac{3-x}{12} - x + 2$$

3/4E/1B

RESOLUCIÓN:

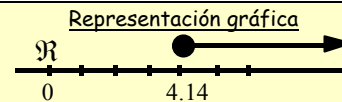
m.c.m: 12

$$\begin{aligned} 6 \cdot (x-1) - 4(-1+3x) &\geq (3-x) - 12x + 24 \\ 6x - 6 + 4 - 12x &\geq 3 - x - 12x + 24 \\ 6x - 12x + x + 12x &\geq 3 + 24 + 6 - 4 \\ 7x &\geq 29 \rightarrow x \geq 29/7 \end{aligned}$$

$$x \geq 29/7$$

$$[29/7, +\infty)$$

$$[29/7, +\infty[$$



036



$$\frac{x}{2} - 3(x+1) < 2x + \frac{1}{3}(x+2)$$

3/4E/1B

RESOLUCIÓN:

m.c.m: 6

$$\begin{aligned} 3x - 18(x+1) &< 12x + 2(x+2) \\ 3x - 18x - 18 &< 12x + 2x + 4 \\ 3x - 18x - 12x - 2x &< 4 + 18 \rightarrow -29x < 22 \end{aligned}$$

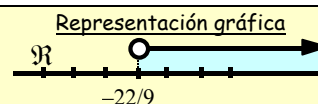


iii OJO !!! Si $c < 0 \rightarrow a < b \Leftrightarrow a \cdot c > b \cdot c$
 $29x > -22$

$$x > \frac{-22}{29}$$

$$(-22/29, +\infty)$$

$$]-22/29, +\infty[$$



RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE INECUACIONES CON 1 INCÓGNITA

Resolver un sistema de inecuaciones es buscar la solución común en todas y cada una de las inecuaciones que constituyen el sistema.

006



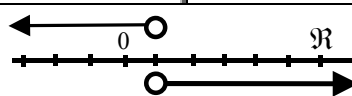
$$\begin{cases} 3x - 2 < x \\ 6x - 4 > 3 - x \end{cases}$$

4E/1B

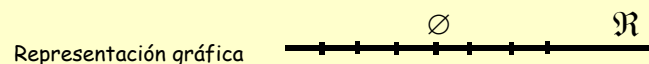
RESOLUCIÓN:

$$3x - x < 2 \rightarrow 2x < 2 \rightarrow x < 1$$

$$6x + x > 3 + 4 \rightarrow 7x > 7 \rightarrow x > 1$$



No existe ningún valor Real de x que verifique simultáneamente ambas inecuaciones





011	$\begin{cases} -x > -1 \\ x \geq 0 \\ 2x < 6 \end{cases}$	4E/1B
------------	---	-------

RESOLUCIÓN:

$\begin{aligned} -x > -1 \\ x < 1 \end{aligned}$	$x \geq 0$	$x < 3$
$0 \leq x < 1$		$[0, 1)$
Representación gráfica		

012	$\begin{cases} x+3 \leq 5 \\ x+3 \leq 2x \\ x \geq 0 \end{cases}$	4E/1B
------------	---	-------

RESOLUCIÓN:

$\begin{aligned} x &\leq 5 - 3 \\ x &\leq 2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} x - 2x &\leq -3 \\ -x &\leq -3 \\ x &\geq 3 \end{aligned}$	$x \geq 0$
No existe ningún valor Real de x que verifique simultáneamente todas las inecuaciones		
Representación gráfica $\emptyset$		

015	$\begin{cases} x+3x \geq 4 \\ 2x+3 \leq 10-x \end{cases}$	4E/1B
------------	---	-------

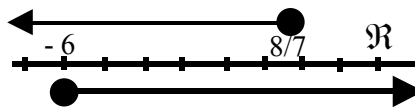
RESOLUCIÓN:

$\begin{aligned} x + 3x &\geq 4 \\ 4x &\geq 4 \\ x &\geq 1 \end{aligned}$	$\begin{aligned} 2x + 3 &\leq 10 - x \\ 2x + x &\leq 10 - 3 \\ 3x &\leq 7 \\ x &\leq 7/3 \\ x &\leq 2.33 \end{aligned}$
Representación gráfica	
$1 \leq x \leq 2.33$	$[1, 2.33]$

019	$\begin{cases} 5x+1 \leq \frac{3x}{2} + 5 \\ 2(x+3) \geq x \end{cases}$	4E/1B
------------	---	-------

RESOLUCIÓN:

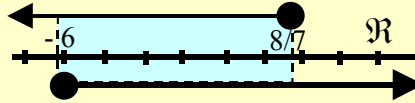
mcm: 2 $10x + 2 \leq 3x + 10$ $10x - 3x \leq 10 - 2 \rightarrow 7x \leq 8 \rightarrow x \leq 8/7$	$\begin{aligned} 2(x+3) &\geq x \\ 2x + 6 &\geq x \\ 2x - x &\geq -6 \rightarrow x \geq -6 \end{aligned}$
--	---



$$-6 \leq x \leq 8/7$$

$$[-6, 8/7]$$

Representación gráfica



INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON 2 INCÓGNITAS

009



$$y \geq 4$$



4E/1B

RESOLUCIÓN:

$y \geq 4$			<u>Comprobación:</u> Punto (0, 0) $y \geq 4$ $0 \geq 4$ NO
x	y		
0	4		
1	4		

010



$$-x + y \leq 1$$



4E/1B

RESOLUCIÓN:

$-x + y = 1$			<u>Comprobación:</u> Punto (0, 0) $-x + y \leq 1$ $0 \leq 1$ SÍ
x	y		
0	1		
-1	0		

011



$$y < 2x - 5$$



4E/1B

RESOLUCIÓN:

$y = 2x - 5$			<u>Comprobación:</u> Punto (0, 0) $y < 2x - 5$ $0 < -5$ NO
x	y		
0	-5		
1	-3		

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON 2 INCÓGNITAS

010



$$\begin{cases} y - x \leq 1 \\ y - 2x \leq -3 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



4E/1B

RESOLUCIÓN:

$y - x = 1$			$y - 2x = -3$	
x	y		x	y
0	1		0	-3
-1	0		1.5	0



RESOLUCIÓN VISUAL CON CALCULADORA GRÁFICA

$$y - x \leq 1$$

$$y \leq 1 + x$$

$$y \leq -3 + 2x$$

$$x \geq 0 \rightarrow$$

$$y \geq 0$$

$$[0, 1000]$$

```
Graph Func :Y=
Y1:1+X
Y2:-3+2X
Y3:0,[0,1000]
Y4:
Y5:
Y6:
[SEL DEL TYPE COLR MEM DRAW]
```

012

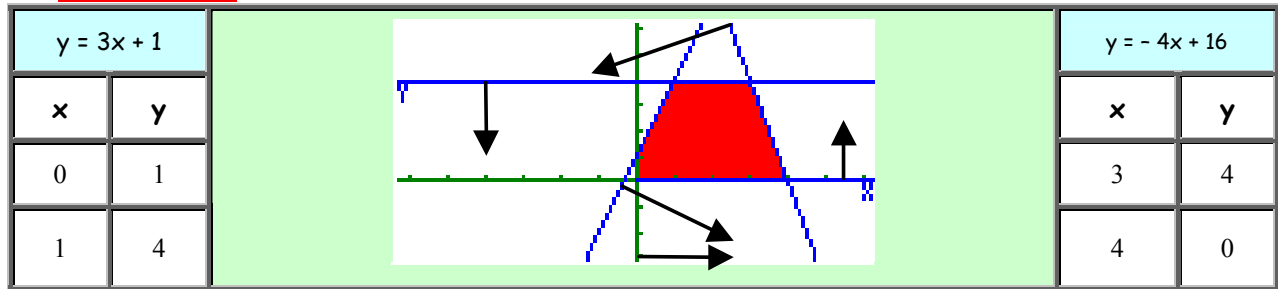


$$\begin{cases} y \leq 3x + 1 \\ y \leq -4x + 16 \\ y \geq 0 \\ y \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$



4E/1B

RESOLUCIÓN:



RESOLUCIÓN VISUAL CON CALCULADORA GRÁFICA

$$y \leq 3x + 1$$

$$y \leq -4x + 16$$

$$y \leq 4$$

$$x \geq 0 \rightarrow$$

$$y \geq 0$$

$$[0, 1000]$$

```
Graph Func :Y=
Y1:3X+1
Y2:-4X+16
Y3:4
Y4:0,[0,1000]
Y5:
Y6:
[SEL DEL TYPE COLR MEM DRAW]
```

013

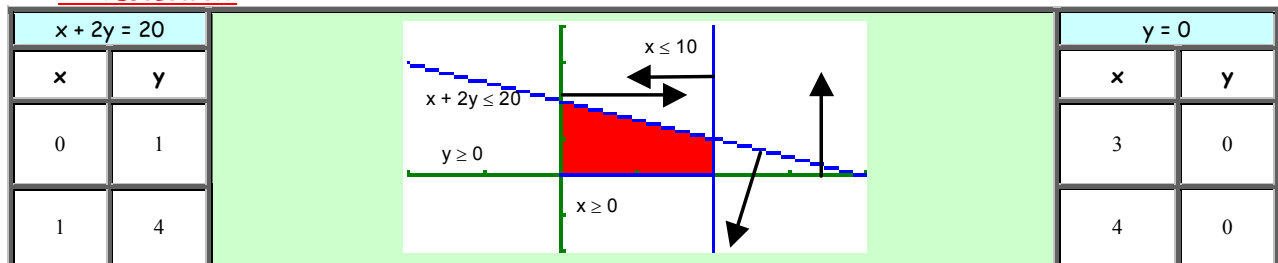


$$\begin{cases} x + 2y \leq 20 \\ x \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



4E/1B

RESOLUCIÓN:



RESOLUCIÓN VISUAL CON CALCULADORA GRÁFICA

$$x + 2y \leq 20 \rightarrow 2y \leq 20 - x$$

$$y \leq \frac{20 - x}{2}$$

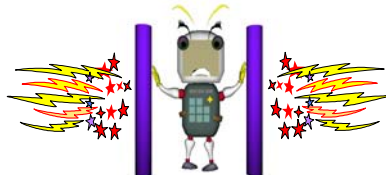
$$x = 10$$

$$x \leq 10 \rightarrow$$

$$y \geq 0$$

$$[0, 10]$$

```
Graph Func :X=const
Y1:(20-X)/2
Y2:0,[0,10]
X3:10
X4:
X5:
X6:
[SEL DEL TYPE COLR MEM DRAW]
```



017

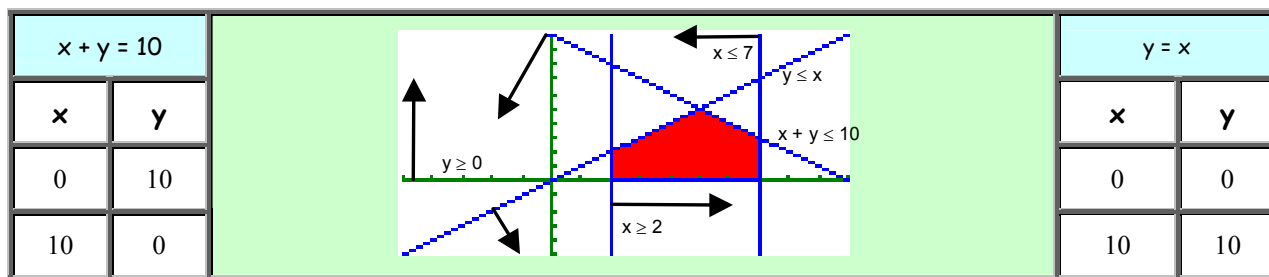


$$\begin{cases} x + y \leq 10 \\ x \geq 2 \\ x \leq 7 \\ x \geq y \\ y \geq 0 \end{cases}$$



4E/1B

RESOLUCIÓN:



**RESOLUCIÓN
VISUAL CON
CALCULADORA
GRÁFICA**

$$\begin{array}{l} y \leq 10 - x \\ x \geq 2 \rightarrow \\ x \leq 7 \rightarrow \\ y \leq x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y \geq 0 \\ [2, 7] \\ x = 2 \\ x = 7 \end{array}$$

```
Graph Func :X=const
V1 10-X
V2 0, [2, 7]
V3 0
V4 0
V5 2
V6 7
[SEL DEL TYPE COLR MEM DRAW]
```

RESOLUCIÓN DE INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

008

$$x^2 - 2x - 35 \geq 0$$

4E/1B

RESOLUCIÓN:

Factorizamos con la ayuda de la fórmula de la ecuación de 2º grado

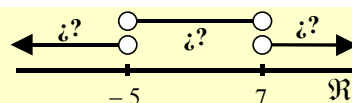
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-35)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 140}}{2} = \frac{2 \pm 12}{2} = \begin{cases} \frac{2+12}{2} = 7 \\ \frac{2-12}{2} = -5 \end{cases}$$

$$(x - 7)(x + 5) \geq 0$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero cada uno de los factores:

$$x = 7 \quad x = -5$$

Estos 2 valores determinan 3 intervalos en la recta real:

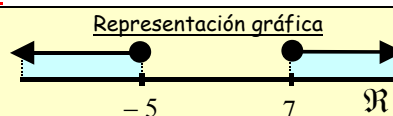


Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	$(x - 7)$	$(x + 5)$	$(x - 7)(x + 5)$	$\epsilon \geq 0?$
$x < -5$	+	+	+	SÍ
$-5 < x < 7$	-	+	-	NO
$x > 7$	-	-	+	SÍ

SOLUCIÓN:

$$\forall x \in \mathbb{R} / x \leq -5 \vee x \geq 7$$



009

$$x^2 - x - 2 \geq 0$$

4E/1B

RESOLUCIÓN:

Factorizamos con la ayuda de la fórmula de la ecuación de 2º grado

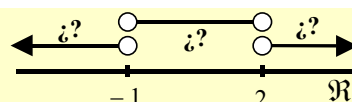
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{1+3}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{1-3}{2} = -1 \end{cases}$$

$$(x - 2)(x + 1) \geq 0$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero cada uno de los factores:

$$x = 2 \quad x = -1$$

Estos 2 valores determinan 3 intervalos en la recta real:





Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	$(x - 2)$	$(x + 1)$	$(x - 2)(x + 1)$	¿Verifica la inecuación? ≥ 0
$x < -1$	-	-	+	SÍ
$-1 < x < 2$	-	+	-	NO
$x > 2$	+	+	+	SÍ

SOLUCIÓN:

$\forall x \in \mathbb{R} / x \leq -1 \vee x \geq 2$	Representación gráfica
--	-------------------------------

010



$$x^2 - 6x + 9 < 0$$

4E/1B

RESOLUCIÓN MÉTODO 1:

Se trata de un trinomio cuadrado perfecto:

$$(x - 3)^2 < 0$$

Como el cuadrado de una expresión Real siempre es el positivo:

SOLUCIÓN:

No existe ningún valor Real de "x" que verifique la inecuación	Representación gráfica
--	-------------------------------

RESOLUCIÓN MÉTODO 2:

Factorizamos con la ayuda de la fórmula de la ecuación de 2º grado

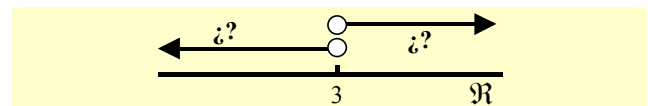
$$x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} = \frac{6 \pm 0}{2} = \begin{cases} \frac{6+0}{2} = 3 \\ \frac{6-0}{2} = 3 \end{cases}$$

$$(x - 3)(x - 3) < 0$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero cada uno de los factores:

$$x = 3 \quad x = 3$$

Este valor determina 2 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	$(x - 3)$	$(x - 3)$	$(x - 3)(x - 3)$	$< 0 ?$
$x < 3$	-	-	+	NO
$x > 3$	+	+	+	NO

SOLUCIÓN:

No existe ningún valor Real de "x" que verifique la inecuación	Representación gráfica
--	-------------------------------

016



$$x^2 + 10x + 25 < 0$$

4E/1B

RESOLUCIÓN MÉTODO 1:

Se trata de un trinomio cuadrado perfecto:

$$(x + 5)^2 < 0$$

Como el cuadrado de una expresión Real siempre es el positivo:

SOLUCIÓN:

No existe ningún valor Real de "x" que verifique la inecuación	Representación gráfica
--	-------------------------------

RESOLUCIÓN MÉTODO 2:

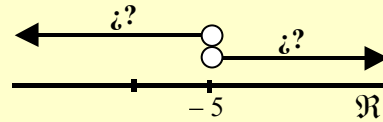
Se trata de un trinomio cuadrado perfecto:

$$(x + 5)^2 < 0$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero la expresión:

$$x = -5$$

Este valor determina 2 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	$(x + 5)^2$	< 0
$x < -5$	+	NO
$x > -5$	+	NO

SOLUCIÓN:

No existe ningún valor Real de "x" que verifique la inecuación	Representación gráfica
--	----------------------------

017



$$-x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} < 0$$



m.c.m.: 9

$$-9x^2 + 6x - 1 < 0$$

multiplicamos ambos miembros por (-1)

$$9x^2 - 6x + 1 > 0$$

Se trata de un trinomio cuadrado perfecto:

$$(3x - 1)^2 > 0$$

RESOLUCIÓN MÉTODO 1:

Como el cuadrado de una expresión Real siempre es el positivo:

SOLUCIÓN:

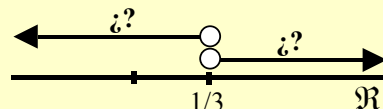
$\forall x \in \mathbb{R}$	Representación gráfica
----------------------------	----------------------------

RESOLUCIÓN MÉTODO 2:

Comprobamos los valores que nos hacen cero la expresión:

$$3x - 1 = 0 \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = 1/3$$

Este valor determina 2 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	$(3x - 1)^2$	> 0
$x < 1/3$	+	SÍ
$x > 1/3$	+	SÍ

SOLUCIÓN:

$\forall x \in \mathbb{R}$	Representación gráfica
----------------------------	----------------------------

RESOLUCIÓN DE INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON LA INCÓGNITA EN EL DENOMINADOR

008



$$\frac{2x-5}{x+7} \leq -1$$



RESOLUCIÓN:

$$\frac{2x-5}{x+7} + 1 \leq 0$$

m.c.m. $x + 7$

$$\frac{2x-5+x+7}{x+7} \leq 0 \rightarrow \frac{3x+2}{x+7} \leq 0$$

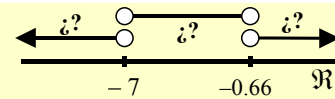


Comprobamos los valores que nos hacen cero el numerador y el denominador:

Numerador: $3x + 2 = 0 \rightarrow 3x = -2 \rightarrow x = -2/3 \rightarrow x \approx -0.66$

Denominador: $x + 7 = 0 \rightarrow x = -7$

Estos 2 valores determinan 3 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	$3x + 2$	$x + 7$	$\frac{3x+2}{x+7}$	$\frac{3x+2}{x+7} \leq 0$?
$x < -7$	-	-	+	NO
$-7 < x < -2/3$	-	+	-	SÍ
$x > -2/3$	+	+	+	NO

!!! OJO !!!

el valor que hace 0 el denominador no pertenece a la solución.

$\forall x \in \mathbb{R} / -7 < x < -2/3$ $(-7, -2/3]$ $] -7, -2/3]$	Representación gráfica
--	-----------------------------------

009



$$\frac{x+25}{7-x} \geq 3$$



RESOLUCIÓN:

$$\frac{x+25}{7-x} - 3 \geq 0$$

m.c.m. $7 - x$

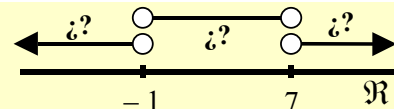
$$\frac{x+25-3(7-x)}{7-x} \geq 0 \rightarrow \frac{x+25-21+3x}{7-x} \geq 0 \rightarrow \frac{4x+4}{7-x} \geq 0$$

Comprobamos los valores que hacen cero el numerador y el denominador:

Numerador: $4x + 4 = 0 \rightarrow 4x = -4 \rightarrow x = -1$

Denominador: $7 - x = 0 \rightarrow x = 7$

Estos 2 valores determinan 3 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	$4x + 4$	$7 - x$	$\frac{4x+4}{7-x}$	¿Verifica la inecuación? $\frac{4x+4}{7-x} \geq 0$?
$x < -1$	-	+	-	NO
$-1 < x < 7$	+	+	+	SÍ
$x > 7$	+	-	-	NO

!!! OJO !!!

el valor que hace 0 el denominador no pertenece a la solución.

$\forall x \in \mathbb{R} / -1 \leq x < 7$ $[-1, 7)$ $[-1, 7[$	Representación gráfica
---	-----------------------------------

010



$$\frac{2x+3}{x-2} \geq 1$$



RESOLUCIÓN:

$$\frac{2x+3}{x-2} - 1 \geq 0$$

m.c.m. $x - 2$

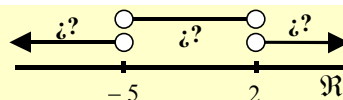
$$\frac{2x+3-(x-2)}{x-2} \geq 0 \rightarrow \frac{2x+3-x+2}{x-2} \geq 0 \rightarrow \frac{x+5}{x-2} \geq 0$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero el numerador y el denominador:

Numerador: $x+5=0 \rightarrow x=-5$

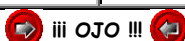
Denominador: $x-2=0 \rightarrow x=2$

Estos 2 valores determinan 3 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

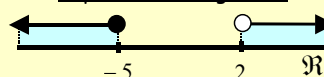
	$x+5$	$x-2$	$\frac{x+5}{x-2}$	$\frac{x+5}{x-2} \geq 0$?
$x < -5$	-	-	+	SÍ
$-5 < x < 2$	+	-	-	NO
$x > 2$	+	+	+	SÍ



el valor que hace 0 el denominador no pertenece a la solución.

$$\forall x \in \mathbb{R} / x \leq -5 \vee x > 2$$

Representación gráfica



011



$$\frac{2x+3}{x-1} \geq 1$$



RESOLUCIÓN:

$$\frac{2x+3}{x-1} - 1 \geq 0$$

m.c.m. $x-1$

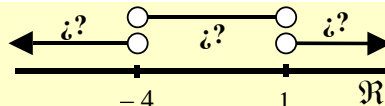
$$\frac{2x+3-(x-1)}{x-1} \geq 0 \rightarrow \frac{2x+3-x+1}{x-1} \geq 0 \rightarrow \frac{x+4}{x-1} \geq 0$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero el numerador y el denominador:

Numerador: $x+4=0 \rightarrow x=-4$

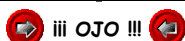
Denominador: $x-1=0 \rightarrow x=1$

Estos 2 valores determinan 3 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

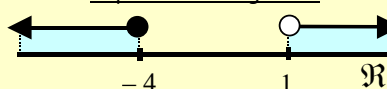
	$x+4$	$x-1$	$\frac{x+4}{x-1}$	$\frac{x+4}{x-1} \geq 0$?
$x < -4$	-	-	+	SÍ
$-4 < x < 1$	+	-	-	NO
$x > 1$	+	+	+	SÍ



el valor que hace 0 el denominador no pertenece a la solución.

$$\forall x \in \mathbb{R} / x \leq -4 \vee x > 1$$

Representación gráfica



016



$$\frac{-5}{2+x} \leq 0$$



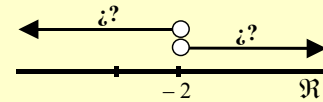
RESOLUCIÓN MÉTODO 1

Comprobamos los valores que hacen cero el denominador:



Denominador: $2 + x = 0 \rightarrow x = -2$

Este valor determina 2 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	-5	$2+x$	$\frac{-5}{2+x}$	$\frac{-5}{2+x} \leq 0$?
$x < -2$	-	-	+	NO
$x > -2$	-	+	-	SÍ

!!! OJO !!!

el valor que hace 0 el denominador no pertenece a la solución.

$\forall x \in \mathbb{R} / x > -5$ $(-2, +\infty)$ $] -2, +\infty[$	Representación gráfica
--	-----------------------------------

RESOLUCIÓN MÉTODO 2

iii Pensemos un poco !!!

$$-5 < 0$$

$\frac{-5}{2+x}$ será menor o igual que 0 cuando el denominador sea positivo

$$2+x > 0$$

$$x > -2$$

RESOLUCIÓN DE INECUACIONES DE TERCER GRADO O SUPERIOR

007



$$x^3 - 5x^2 + 6x \leq 0$$



RESOLUCIÓN:

1.- Se puede sacar factor común: $x(x^2 - 5x + 6)$ 2.- Trinomio cuadrado perfecto: NO 3.- Diferencia de cuadrados: NO

Factorizamos por el método de Ruffini:

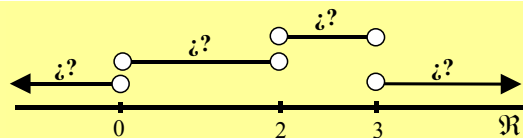
	1	-5	6
2		2	-6
	1	-3	0

$$x \cdot (x - 2) (x - 3) \leq 0$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero cada uno de los factores:

$$x = 0 ; x = 2 ; x = 3$$

Estos 3 valores determinan 4 intervalos en la recta real:



Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	x	$(x-2)$	$(x+3)$	$x \cdot (x-2) (x+3)$	≤ 0
$x < 0$	-	-	-	-	SÍ
$0 < x < 2$	+	-	-	+	NO
$2 < x < 3$	+	+	-	-	SÍ
$x > 3$	+	+	+	+	NO

SOLUCIÓN:

$\{ \forall x \in \mathbb{R} / x \leq 0 \vee 2 \leq x \leq 3 \}$	Representación gráfica
--	-----------------------------------

008



$$2x^3 + 4x^2 + 2x \geq 0$$



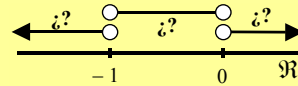
RESOLUCIÓN:

1.- Se puede sacar factor común: $2x(x^2 + 2x + 1)$ 2.- Trinomio cuadrado perfecto: $2x(x + 1)^2 \geq 0$

Comprobamos los valores que hacen cero cada uno de los factores:

$$x = 0 ; x = -1$$

Estos 2 valores determinan 3 intervalos en la recta real:

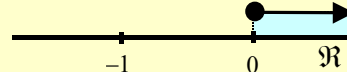


Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	$2x$	$(x+1)^2$	$2x(x+1)^2$	≥ 0 ?
$x < -1$	-	+	-	NO
$-1 < x < 0$	-	+	-	NO
$x > 0$	+	+	+	SÍ

$$\forall x \in \mathbb{R} / x \geq 0$$

Representación gráfica



009



$$(x-1)^3 + 2x < 2$$



RESOLUCIÓN:

Desarrollamos la expresión:

$$x^3 + (-1)^3 + 3x^2(-1) + 3x(-1)^2 + 2x < 2$$

$$x^3 - 1 - 3x^2 + 3x + 2x < 2$$

$$x^3 - 3x^2 + 5x - 1 < 2$$

$$x^3 - 3x^2 + 5x - 3 < 0$$

Factorizamos la expresión por el método de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -3 & +5 & -3 \\ & & 1 & -2 & 3 \\ \hline & 1 & -2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x-1)(x^2 - 2x + 3) < 0$$

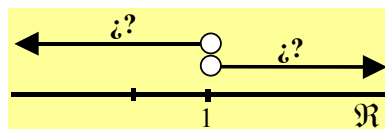
Seguimos factorizando con la ayuda de la fórmula de la ecuación de 2º grado

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4-12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{2} \notin \mathbb{R}$$

Comprobamos los valores que nos hacen cero cada uno de los factores:

$$x = 1$$

Este valor determina 2 intervalos en la recta real:



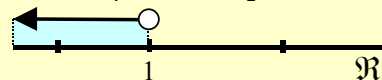
Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

Estudiamos el signo de la función en cada uno de estos intervalos

	$(x-1)$	$x^2 - 2x + 3$	$(x-1)(x^2 - 2x + 3)$	< 0
$x < 1$	-	+	-	SÍ
$x > 1$	+	+	+	NO

$$\{ \forall x \in \mathbb{R} / x < 1 \}$$

Representación gráfica



RESOLUCIÓN DE INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO



010



$$|-2x + 2| \leq 5$$



RESOLUCIÓN:

Se puede aplicar la propiedad:

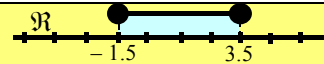
$$\text{Si } a \geq 0 \wedge |x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$-5 \leq -2x + 2 \leq 5 \rightarrow -5 - 2 \leq -2x + 2 - 2 \leq 5 - 2 \rightarrow -7 \leq -2x \leq 3$$

$$\text{!!! OJO !!!} \quad \text{Si } c < 0 \rightarrow a \leq b \Leftrightarrow a \cdot c \geq b \cdot c$$

$$7 \geq 2x \geq -3 \rightarrow 7 \cdot \frac{1}{2} \geq 2x \cdot \frac{1}{2} \geq -3 \cdot \frac{1}{2} \rightarrow 3.5 \geq x \geq -1.5$$

$$-1.5 \leq x \leq 3.5$$



011



$$|-x/3 + 2| \leq 5$$



RESOLUCIÓN:

Se puede aplicar la propiedad:

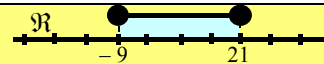
$$\text{Si } a \geq 0 \wedge |x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$-5 \leq \frac{-x}{3} + 2 \leq 5 \rightarrow -5 - 2 \leq \frac{-x}{3} + 2 - 2 \leq 5 - 2 \rightarrow -7 \leq \frac{-x}{3} \leq 3$$

$$\text{!!! OJO !!!} \quad \text{Si } c < 0 \rightarrow a \leq b \Leftrightarrow a \cdot c \geq b \cdot c$$

$$7 \geq \frac{x}{3} \geq -3 \rightarrow 7 \cdot 3 \geq \frac{x}{3} \cdot 3 \geq -3 \cdot 3 \rightarrow 21 \geq x \geq -9$$

$$-9 \leq x \leq 21$$



012



$$|(-3/2)x + 1| \leq 3$$



RESOLUCIÓN:

Se puede aplicar la propiedad:

$$\text{Si } a \geq 0 \wedge |x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$$

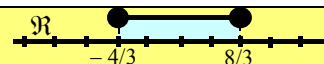
$$-3 \leq \frac{-3}{2}x + 1 \leq 3 \rightarrow -3 - 1 \leq \frac{-3}{2}x + 1 - 1 \leq 3 - 1 \rightarrow -4 \leq \frac{-3}{2}x \leq 2$$

$$\text{!!! OJO !!!} \quad \text{Si } c < 0 \rightarrow a \leq b \Leftrightarrow a \cdot c \geq b \cdot c$$

$$4 \geq \frac{3}{2}x \geq -2$$

$$4 \cdot \frac{2}{3} \geq \frac{3}{2}x \cdot \frac{2}{3} \geq -2 \cdot \frac{2}{3} \rightarrow 8/3 \geq x \geq -4/3$$

$$-4/3 \leq x \leq 8/3$$



013



$$|5 - 3x| \leq 5$$



RESOLUCIÓN:

Se puede aplicar la propiedad:

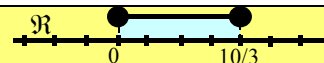
$$\text{Si } a \geq 0 \wedge |x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$-5 \leq 5 - 3x \leq 5 \rightarrow -5 - 5 \leq 5 - 3x - 5 \leq 5 - 5 \rightarrow -10 \leq -3x \leq 0$$

$$\text{!!! OJO !!!} \quad \text{Si } c < 0 \rightarrow a \leq b \Leftrightarrow a \cdot c \geq b \cdot c$$

$$10 \geq 3x \geq 0 \rightarrow 10/3 \geq x \geq 0$$

$$0 \leq x \leq 10/3$$



019



$$|(1/2)x - 3| \leq x + 2$$

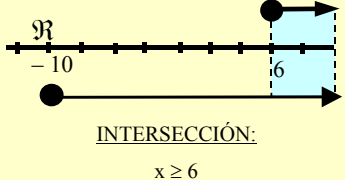


RESOLUCIÓN:

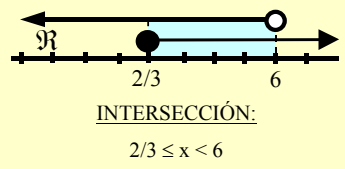
Pueden ocurrir 2 cosas:

$$(1/2)x - 3 \geq 0 \quad \vee \quad (1/2)x - 3 < 0$$

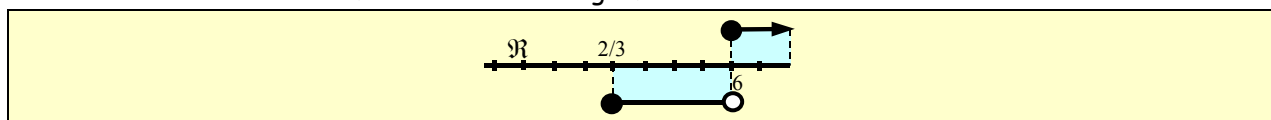
$$\text{Si } (1/2)x - 3 \geq 0$$

$(1/2)x - 3 \geq 0$	$\rightarrow$	$x - 6 \geq 0$ $x \geq 6$	 INTERSECCIÓN: $x \geq 6$
La inecuación sería: $\frac{1}{2}x - 3 \leq x + 2$	$\rightarrow$	$x - 6 \leq 2x + 4$ $x - 2x \leq 4 + 6$ $-x \leq 10$ $x \geq -10$	

Si $(1/2)x - 3 < 0$

$(1/2)x - 3 < 0$	$\rightarrow$	$x - 6 < 0$ $x < 6$	 INTERSECCIÓN: $2/3 \leq x < 6$
La inecuación sería: $-\frac{1}{2}x + 3 \leq x + 2$	$\rightarrow$	$-x + 6 \leq 2x + 4$ $-3x \leq -2$ $3x \geq 2$ $x \geq 2/3$	

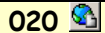
Efectuamos la unión gráfica de ambas soluciones:



SOLUCIÓN algebraica:

$\forall x \in \mathbb{R} / x \geq 2/3$	$[2/3, +\infty)$	$[2/3, +\infty [$
---	------------------	-------------------

020



$2 - |x - 3| \leq 3x + 1$

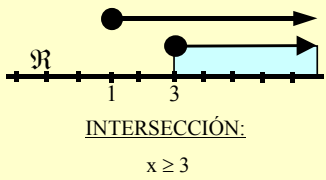
**RESOLUCIÓN:**

En este caso NO PODEMOS aplicar la propiedad: Si $a \geq 0 \wedge |x| \leq a \rightarrow -a \leq x \leq a$
 Así que lo resolveremos a través del estudio de hipótesis:

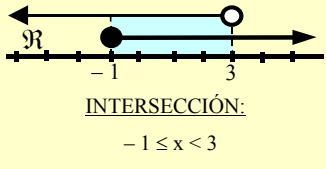
Pueden ocurrir 2 cosas:

$x - 3 \geq 0 \vee x - 3 < 0$

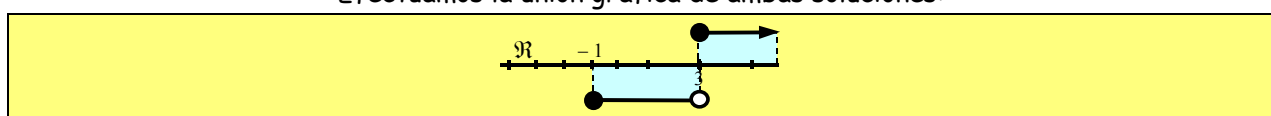
Si $x - 3 \geq 0$

$x - 3 \geq 0$	$\rightarrow$	$x \geq 3$	 INTERSECCIÓN: $x \geq 3$
La inecuación sería: $2 - (x - 3) \leq 3x + 1$	$\rightarrow$	$2 - x + 3 \leq 3x + 1$ $-x - 3x \leq 1 - 2 - 3$ $-4x \leq -4$ $4x \geq 4$ $x \geq 1$	

Si $x - 3 < 0$

$x - 3 < 0$	$\rightarrow$	$x < 3$	 INTERSECCIÓN: $-1 \leq x < 3$
La inecuación sería: $2 - (-x + 3) \leq 3x + 1$	$\rightarrow$	$2 + x - 3 \leq 3x + 1$ $x - 3x \leq 1 - 2 + 3$ $-2x \leq 2$ $2x \geq -2$ $x \geq -1$	

Efectuamos la unión gráfica de ambas soluciones:



SOLUCIÓN algebraica:

$\forall x \in \mathbb{R} / x \geq -1$	$[-1, +\infty)$	$[-1, +\infty [$
--	-----------------	------------------