TEOREMA DEL RESTO

Si $C(x)$ es el cociente y $R(x)$ el resto de la división de un polinomio cualquiera $P(x)$ entre el binomio $(x - \text{a})$, aplicando el algoritmo de la división:

$$P(x) = C(x) \cdot (x - \text{a}) + R(x)$$

Luego, el valor numérico de $P(x)$, para $x = \text{a}$, es igual al resto de su división entre $x - \text{a}$, es decir:

$$P(\text{a}) = C(\text{a}) \cdot (\text{a} - \text{a}) + R(\text{a}) = R(\text{a})$$

Y este resultado se conoce como **teorema del resto.**

Este teorema nos permite averiguar el resto de la división de un polinomio $P(x)$ entre otro de la forma $x - \text{a}$, sin necesidad de efectuar esta división.

De este teorema se deduce que un polinomio $P(x)$ es divisible por $x - \text{a}$ si y solo a es una raíz del polinomio, es decir, si y solo si $P(\text{a}) = 0$.

Así, por ejemplo, el resto de la división de $P(x) = x^3 + 3x^2 - 7x - 3$ entre $x - 2$ es:

$$P(2) = (2)^3 + 3 \cdot (2)^2 - 7 \cdot (2) - 3 = 3$$

De donde se deduce que esa división no es exacta y, por tanto, $x - 2$ no es un divisor de $P(x)$.

1. Determina el resto de las siguientes divisiones sin necesidad de efectuarlas.

a) $(x^4 - 16) : (x - 2) =$

b) $(x^5 + x - 2x^3) : (x - 1) =$

c) $(-x^2 + x + 1) : (x + 3) =$

d) $(x^3 + 2x^2 - x + 1) : (x - 2) =$

2. Dados los polinomios $P(x) = x^2 + 3x + 5$, $Q(x) = x^2 - 4x + 4$ y $R(x) = x^3 - 20$, indica, sin hacer la división, cuales son divisibles por $x - 2$.

3. Hallar el valor de m para que el polinomio $P(x) = 8x^3 - 4x^2 + 2x + \text{m}$ sea divisible por $(x - 1/2)$.

4. Hallar el valor de m para que el polinomio $P(x) = x^3 - 9x^2 + \text{m}x - 32$ sea divisible por $(x - 4)$.

5. Hallar el valor de m para que el polinomio $P(x) = 2x^3 + 2x^2 - 4\text{m} + 3$ sea divisible por $(x + 1/2)$.

6. Hallar el valor de m y n para que el polinomio $P(x) = x^3 + \text{m}x^2 + \text{n}x + 6$ sea divisible por $(x + 3)$ y por $(x - 2)$.