

Unidad 1 – Números reales

PÁGINA 7

cuestiones iniciales

1. Encuentra varios números que estén comprendidos entre:

- a) $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{5}$ b) 2,1 y 2,2 c) 2,01 y 2,1

2. Describe un procedimiento que calcule $\sqrt[3]{10}$ utilizando solamente las teclas de las operaciones elementales de tu calculadora.

3. Ordena de menor a mayor los siguientes números:

5,31; -4,21; 5,201; -4,201; 5,2101; -4,2101; 4,211; 4,201

4. Comprueba la siguiente igualdad elevando al cuadrado ambos miembros de la igualdad:

$$2\sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$$

5. ¿Para qué valores de n y a se cumple $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$?

SOLUCIONES

1. Diremos que:

a) Los números comprendidos entre $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{5}$ son: 0,42; 0,46; 0,54; 0,57.

b) Los números comprendidos entre 2,1 y 2,2 son: 2,11; 2,14; 2,18; 2,195.

c) Los números comprendidos entre 2,01 y 2,1 son: 2,03; 2,045; 2,076; 2,098.

2. Utilizando la tecla del producto podemos conseguir aproximaciones sucesivas del valor. Así:

$$2 \times 2 \times 2 < \sqrt[3]{10} < 3 \times 3 \times 3$$

$$2,1 \times 2,1 \times 2,1 < \sqrt[3]{10} < 2,2 \times 2,2 \times 2,2$$

$$2,15 \times 2,15 \times 2,15 < \sqrt[3]{10} < 2,16 \times 2,16 \times 2,16$$

$$2,154 \times 2,154 \times 2,154 < \sqrt[3]{10} < 2,155 \times 2,155 \times 2,155$$

$$2,1544 \times 2,1544 \times 2,1544 < \sqrt[3]{10} < 2,1545 \times 2,1545 \times 2,1545$$

3. La ordenación queda: $-4,2101 < -4,21 < -4,201 < 4,201 < 4,211 < 5,201 < 5,2101 < 5,31$

4. Elevando al cuadrado ambos miembros obtenemos:

$$\left(2\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2 \Rightarrow 4(2-\sqrt{3}) = (\sqrt{6})^2 + (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{12}$$

$$\Rightarrow 8-4\sqrt{3} = 8-4\sqrt{3} \quad \text{Se verifica la igualdad}$$

5. n par y $a \in \mathbb{R}^+$ ó n impar y $a \in \mathbb{R}$

ACTIVIDADES

■ Clasifica las siguientes tareas en problemas o ejercicios e intenta resolverlas:

1. **Sumas.** Considera la serie de números pares 2, 4, 6, 8, etc. ¿Cuánto vale la suma de los m primeros?
2. **El camello sediento.** El beduino Ali-kan desea transportar 100 bidones llenos de agua desde Kamal hasta Wadi, pueblos separados por 100 km de desierto. Para ello, dispone de un camello capaz de andar descargado indefinidamente, o, de cargar con un solo bidón, siempre y cuando beba una cantidad de agua igual a la que contiene el bidón cada vez que completa 100 km cargado.
El beduino no dispone de más agua para el camello que la contenida en los bidones. ¿Cuántos de estos 100 bidones podrán llegar a Wadi?

SOLUCIONES

1. $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2m = m(m+1)$

2. Resolvemos en los siguientes pasos:

- Supongamos que el camello lleva un bidón hasta la mitad del camino, vuelve a Kamal, carga con otro bidón hasta el mismo punto y se bebe uno de los bidones transportados, quedándole otro. Repitiendo el proceso conseguirá llevar 50 bidones hasta la mitad del camino. De aquí repitiendo lo mismo hasta Wadi conseguirá que lleguen 25 bidones según la expresión:

$$50 \text{ bidones} = 100 \times \frac{1^2}{2^2}$$

- Si mejoramos la solución conseguiremos que lleguen más bidones, haciendo el camino en tres fases tras el 1.^{er} tercio, el camello habrá bebido 33,333... bidones y quedan 66,666... En el 2.^{do} tercio se bebe 22,222... y quedan 44,444... En Wadi se bebe 14,81... y quedan 29,629... bidones, es decir:

$$100 \times \frac{8}{27} = 100 \times \frac{2^3}{3^3}$$

- Avanzando por cuartos de camino se puede mejorar la solución, llegan:

$$31,640 \cong 100 \times \frac{81}{256} = 100 \times \frac{3^4}{4^4} = 100 \times \left(\frac{3}{4}\right)^4$$

- Siguiendo así sucesivamente se puede decir que en el mejor de los casos llegan:

$$100 \times \left(\frac{99}{100}\right)^{100} \cong 100 \times \frac{1}{e}$$

ACTIVIDADES FINALES

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

- 1. Ordena, de mayor a menor, los siguientes números: 0,4; 0; -0,3; 42; -2,3; -20; 428
- 2. Efectúa los siguientes cálculos haciendo uso de la jerarquía de las operaciones:
 - a) $7 - 2 \cdot (-4) + 3 - 5 \cdot (-2 + 7)$
 - b) $4 \cdot 2^2 - (-1)^3 + [3 - (5 - 3^2)]$
 - c) $(-3)^2 - 3^2 + 2 \cdot (-1)^3$
- 3. Efectúa las siguientes operaciones, dando el resultado lo más simplificado posible:
 - a) $\frac{3}{2} - \frac{1}{4} + \frac{3}{5} - 2$
 - b) $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot 3 - 2 + \frac{1}{3}$
 - c) $\frac{3}{2} : \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$
 - d) $\left(2 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{7}\right) : \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{4}\right)$
 - e) $2 + 3 \cdot \left(1 - \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}\right)$
 - f) $1 - 1 : \left(1 - \frac{1}{2}\right)$
- 4. Efectúa, dejando el resultado en forma de potencia de exponente natural:
 - a) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^{-3}$
 - b) $\left(\frac{3}{5}\right)^3 : \left(\frac{3}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2$
 - c) $\left(2 - \frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-2}$
 - d) $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^6\right]^0$
 - e) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$
 - f) $\left(\frac{5}{6}\right)^8 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{-5} : \left(\frac{6}{5}\right)^3$
- 5. ¿Qué tipo de decimal genera cada uno de los racionales siguientes?
 - a) $\frac{28}{126}$
 - b) $-\frac{36}{225}$
 - c) $\frac{73}{63}$
 - d) $\frac{42}{528}$
 - e) $\frac{2145}{2100}$
- 6. Expresa cada decimal en forma de fracción, opera y el resultado final conviértelo en número decimal:
 - a) $3,\widehat{1} + 5,\widehat{21} + 2,8$
 - b) $(5,\widehat{4} - 3,\widehat{42}) \cdot 2,7$
 - c) $6,\widehat{14} : 3,\widehat{4} \cdot 2,44$
 - d) $12,5 + 3,\widehat{78} : 1,4$
- 7. Clasifica los siguientes números en racionales e irracionales:
 - a) 232,25
 - b) 0,273454545...
 - c) 0,0103333...
 - d) 37,34 334 3334 33334...
 - e) -3,141542653589...
- 8. Un agricultor recoge 120 000 kg de manzanas. Vende a un mayorista los $\frac{7}{8}$ de la cosecha. De lo que le sobra vende a pequeños comerciantes los $\frac{2}{5}$. Del resto están estropeados los $\frac{3}{7}$ que se lleva un ganadero para alimento del ganado. De lo que le queda vende 20 000 kg a una fábrica de zumo y los kilogramos restantes los utiliza para el consumo familiar. ¿Cuántos kg consume la familia?
- 9. Un alumno tarda en pasar un trabajo a ordenador 12 horas, un segundo alumno tarda en pasar el mismo trabajo 8 h. El primer alumno trabaja durante 4 h y deja el resto del trabajo al segundo. ¿Cuánto tiempo tardará este en finalizarlo?
- 10. Halla el menor conjunto numérico al que pertenecen los siguientes números:

3	4,23	$\sqrt{13}$	0	$-\frac{3}{7}$	$-\sqrt{64}$	$1,\widehat{03}$	$-\frac{12}{3}$	$\sqrt[3]{-8}$	$\frac{1}{\pi}$	$\frac{-1,3}{0,5}$
---	------	-------------	---	----------------	--------------	------------------	-----------------	----------------	-----------------	--------------------
- 11. Representa en la recta real los siguientes números:

-3^2	$2\sqrt{3}$	$\frac{8}{5}$	$-\sqrt{8}$	$-\frac{4}{3}$	1,6	$0,\widehat{7}$	$\sqrt[3]{125}$	$-\frac{18}{\sqrt{9}}$	$4^{\frac{1}{2}}$
--------	-------------	---------------	-------------	----------------	-----	-----------------	-----------------	------------------------	-------------------

SOLUCIONES

1. La ordenación pedida es: $428 > 42 > 0,4 > 0 > -0,3 > -2,3 > -20$

2. Las soluciones quedan:

- a) -7 b) 24 c) -2 d) 0

3. Las soluciones quedan:

- a) $-\frac{3}{20}$ b) $-\frac{1}{6}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{5}{11}$ e) $\frac{23}{5}$ f) -1

4. Las soluciones quedan:

- a) 3^6 b) 1 c) 1 d) 1 e) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ f) $\left(\frac{5}{6}\right)^6$

5. En cada caso queda:

- a) Decimal periódico puro.
- b) Decimal finito.
- c) Decimal periódico puro.
- d) Decimal periódico mixto.
- e) Decimal periódico mixto.

6. La solución queda:

$$\text{a) } 3,1\widehat{1} + 5,2\widehat{1} + 2,8 = \frac{28}{9} + \frac{469}{90} + \frac{14}{5} = \frac{1001}{90} = 11,1\widehat{2}$$

$$\text{b) } (5,4\widehat{4} - 3,4\widehat{2}) \cdot 2,7 = \left(\frac{49}{9} - \frac{154}{45}\right) \cdot \frac{27}{10} = 5,46$$

$$\text{c) } 6,1\widehat{4} : 3,4\widehat{2} \cdot 2,44 = \frac{553}{90} : \frac{31}{9} \cdot \frac{244}{100} = \frac{33733}{7750} = 4,35264516129$$

$$\text{d) } 12,5\widehat{5} + 3,78 : 1,4\widehat{4} = \frac{25}{2} + \frac{341}{90} : \frac{13}{9} = \frac{983}{65} = 15,1230769231$$

7. La clasificación queda:

- Racionales: a) b) c)
- Irracionales: d) e)

8. La solución queda:

Vende al mayorista $\frac{7}{8} \cdot 120\,000 = 105\,000$ kg. Le quedan 15 000 kg.

Vende a pequeños comerciantes $\frac{2}{5} \cdot 15\,000 = 6\,000$ kg. Le quedan 9 000 kg.

Se lleva el ganadero $\frac{3}{7} \cdot 9\,000 = 3\,857,14$ kg. Le quedan 5 142,86 kg, luego no puede dar la solución.

9. La solución queda:

El 1^{er} alumno hace $\frac{4}{12}$ del trabajo, luego quedan por hacer $\frac{8}{12}$ del trabajo.

El 2^{do} alumno tarda: $\frac{8}{12} : \frac{1}{8} = \frac{64}{12} = 5,3$ horas = 5h 20min en terminar el trabajo.

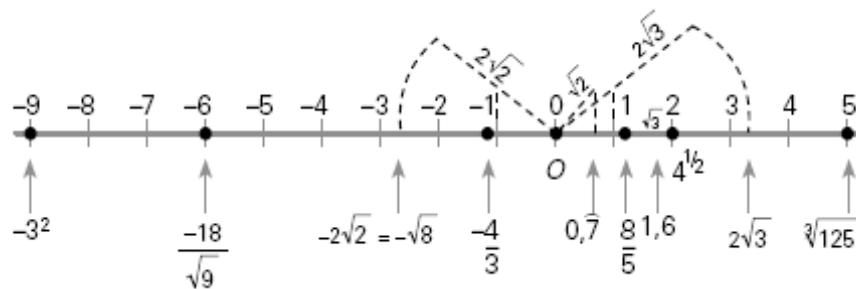
10. Quedan del siguiente modo:

$$3 \in \mathbb{N}; 4,23 \in \mathbb{Q}; \sqrt{13} \in \mathbb{I}; 0 \in \mathbb{N}; -\frac{7}{3} \in \mathbb{Q};$$

$$-\sqrt{64} = -8 \in \mathbb{Z}; 1,0\hat{3} \in \mathbb{Q}; -\frac{12}{3} = -4 \in \mathbb{Z};$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2 \in \mathbb{Z}; \frac{1}{\pi} \in \mathbb{I}; -\frac{1,3}{0,5} \in \mathbb{Q}$$

11. Quedaría representado del siguiente modo:



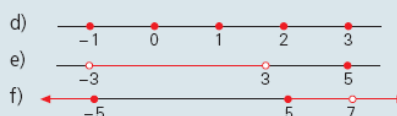
- 12. Dibuja sobre la recta real los siguientes conjuntos:

- a) Los números reales mayores o iguales que 3.
b) $B = \{b \in \mathbb{R} \mid b < 0 \text{ y } b > -7\}$

- c) $D = \{d \in \mathbb{Z} \mid d > 1 \text{ ó } d > -5\}$
d) $(-1, 4] \cap (0, 3)$

- e) $E(5, 2)$
f) $(-\infty, -5]$

- 13. Expresa de forma simbólica los siguientes conjuntos:



- 14. Dado el número 1 724,157203... indica cuáles de las siguientes aproximaciones decimales del número anterior son redondeos. En los casos en que lo sean, anota la cota de error.

1 725	1 724,16	1 724,2	1 724,1	1 720	1 724,158	1 724,1572
-------	----------	---------	---------	-------	-----------	------------

- 15. Calcula, aproximadamente, el error absoluto y relativo que se comete al tomar $\frac{221}{71}$ como valor aproximado de π .

- 16. Calcula, aproximadamente, el error absoluto y relativo que se comete al redondear el número de oro Φ a centésimas.

- 17. Expresa en notación científica las siguientes cantidades, y determina el orden de magnitud:

- a) Distancia Tierra-Luna: 384 000 km
b) Distancia Tierra-Sol: 150 000 000 km
c) Virus de la gripe: 0,0000000022 m
d) Radio del protón: 0,0000000005 m
e) 623 cienmilésimas
f) 0,035 millones

- 18. La capacidad de memoria de un ordenador se mide en:

byte = 2^3 bits; k-byte = 2^{10} bytes; Megabyte = 2^{10} k-bytes; Gigabyte = 2^{10} Megabytes

Expresa como potencia y en notación científica la capacidad de los siguientes ordenadores y disquetes en bytes y bits:

- a) Disco duro de 127 gigas
b) Disquete de 1,44 megas
c) Un CD-ROM de 650 megas

- 19. Calcula las siguientes raíces:

- a) $\sqrt{25a^2b^4}$
b) $\sqrt[3]{64a^6b^3}$
c) $\sqrt[4]{81a^8}$

- 20. Expresa en forma de potencia las raíces, o en forma de raíz las potencias:

- a) $\sqrt[3]{a}$
b) $\sqrt[4]{a^5}$
c) $\frac{1}{\sqrt{a^3}}$
d) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$
e) $2^{2/3}$
f) $5^{1/2}$
g) $3^{-3/2}$
h) $a^{-2/3}$

- 21. Pon bajo un único radical las siguientes expresiones:

- a) $\sqrt[3]{8}$
b) $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$
c) $\sqrt[3]{\sqrt{a}}$
d) $(\sqrt[3]{a^2b})^5$
e) $(\sqrt{a^3b})^4$
f) $\sqrt[4]{a^3\sqrt{a^8}}$

- 22. Extrae todos los factores posibles de los radicales siguientes:

- a) $\sqrt{1\,000}$
b) $\sqrt[3]{8a^5}$
c) $\sqrt{16a^5b^7}$
d) $\sqrt{4a^2 + 4}$

- 23. Introduce los factores en el radical:

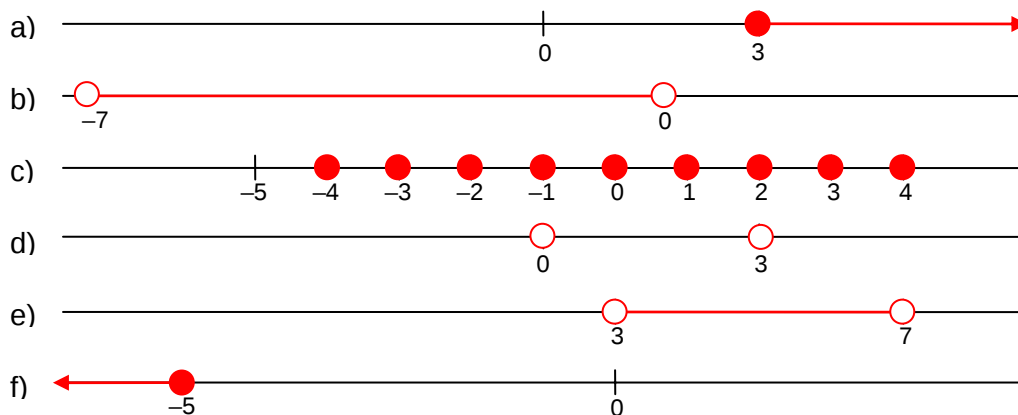
- a) $4\sqrt{2}$
b) $3\sqrt[4]{3^2}$
c) $3\sqrt[3]{a}$
d) $2ab\sqrt[3]{a^2}$
e) $a^2b^4\sqrt{2ab^3}$
f) $4a^3\sqrt[3]{a^2b}$

- 24. Efectúa, presentando el resultado en forma de raíz y en forma de potencia:

- a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}$
b) $\sqrt[5]{2a^4} : \sqrt[5]{2a^3}$
c) $\sqrt[6]{3^5} : \sqrt[6]{3^3}$
d) $\sqrt{a} \cdot a^2$
e) $a^{-1} \cdot \sqrt[3]{a}$
f) $a : \sqrt{a}$

SOLUCIONES

12. Las representaciones quedarían:



13. Quedan del siguiente modo:

- a) $(1, +\infty)$. No acotado.
- b) $(-2, 2]$. Acotado. Inf = -2. Máximo = 2.
- c) $[-4, -1] \cup [1, 4)$. Acotado. Mínimo = -4. Sup = 4.
- d) $\{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x \leq 3\}$. Acotado. Mínimo = -1. Máximo = 3.
- e) $(-3, 3) \cup \{5\}$. Acotado. Inf = -3. Máximo = 5.
- f) $(-\infty, 5] \cup [5, +\infty) - \{7\}$. No acotado.

14. Para cada uno de los números queda:

1 725 no es redondeo.

1 724,16 es un redondeo a centésimas. Cota de error 0,005.

1 724,2 es un redondeo a décimas. Cota de error 0,05.

1 724,1 no es redondeo.

1 724,158 no es redondeo.

1 724,1572 es un redondeo a diezmilésimas. Cota de error 0,00005.

15. Realizamos el siguiente cálculo:

Consideramos como valor real $\pi = 3,141592$.

$$\text{Error absoluto: } \left| 3,141592 - \frac{221}{71} \right| = 0,028916...$$

$$\text{Error relativo: } \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{0,028916}{3,141592} = 0,0092...$$

16. El número de oro es : $\Phi = 1,61803398...$

Redondeo a centésimas : 1,62

Error absoluto = 0,00197...

Error relativo = 0,00121506...

17. La notación científica queda:

- a) $3,84 \times 10^5$. Orden de magnitud 10^5 .
- b) $1,5 \times 10^8$. Orden de magnitud 10^8 .
- c) $2,2 \times 10^{-9}$. Orden de magnitud 10^{-9} .
- d) 5×10^{-11} . Orden de magnitud 10^{-10} .
- e) $6,23 \times 10^{-3}$. Orden de magnitud 10^{-2} .
- f) $3,5 \times 10^4$. Orden de magnitud 10^4 .

18. La notación quedaría del siguiente modo:

- a) 127×2^{30} Bytes = $1,36 \times 10^{11}$ Bytes; 127×2^{33} Bits = $1,09 \times 10^{12}$ Bits.
- b) $1,44 \times 2^{20}$ Bytes = $1,5 \times 10^6$ Bytes; $1,44 \times 2^{23}$ Bits = $1,21 \times 10^7$ Bits.
- c) 650×2^{20} Bytes = $6,8 \times 10^8$ Bytes; 650×2^{23} Bits = $5,45 \times 10^9$ Bits.

19. Las soluciones son:

- a) $5ab^2$
- b) $4a^2b$
- c) $3a^2$

20. Las expresiones quedan:

- a) $a^{1/3}$
- b) $a^{5/4}$
- c) $a^{-3/2}$
- d) $a^{-2/3}$
- e) $\sqrt[3]{4}$
- f) $\sqrt{5}$
- f) $\frac{1}{\sqrt{3^3}}$
- h) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$

21. Las expresiones quedan:

- a) $\sqrt[6]{8} = \sqrt{2}$
- b) $\sqrt[8]{3^7}$
- c) $\sqrt[12]{a}$
- d) $\sqrt[3]{a^{10}b^5}$
- e) $\sqrt[4]{a^{24}b^4} = a^6b$
- f) $\sqrt[12]{a^{11}}$

22. Las expresiones quedan:

- a) $10\sqrt{10}$
- b) $2a\sqrt[3]{a^2}$
- c) $4a^2b^3\sqrt{ab}$
- d) $2\sqrt{a^2+1}$

23. Los radicales quedan:

a) $\sqrt{32}$

b) $\sqrt[4]{3^6} = \sqrt{3^3}$

c) $\sqrt[3]{27a}$

d) $\sqrt[3]{8a^5b^3}$

e) $\sqrt{2a^5b^{11}}$

f) $\sqrt[3]{64a^5b}$

24. La solución queda:

a) $\sqrt[3]{2^3} = 2$

b) $\sqrt[5]{a} = a^{1/5}$

c) $\sqrt[6]{3^2} = 3^{1/3}$

d) $\sqrt{a^5} = a^{5/2}$

e) $\sqrt[3]{a^{-2}} = a^{-2/3}$

f) $\sqrt{a} = a^{1/2}$

ACTIVIDADES FINALES

■ 25. Efectúa las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 3\sqrt{2} - \frac{2}{3}\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \frac{4}{5}\sqrt{2} & \text{c) } 2\sqrt[3]{16} - 5\sqrt[3]{54} + \frac{1}{5}\sqrt[3]{250} & \text{e) } \frac{4}{5}\sqrt{8} - \sqrt{50} + \frac{7}{2}\sqrt{18} - \frac{3}{4}\sqrt{98} \\ \text{b) } \frac{1}{3}\sqrt[4]{3} + \frac{1}{4}\sqrt[4]{3} - \frac{3}{2}\sqrt[4]{3} & \text{d) } 6\sqrt[3]{x^2} + x^2\sqrt[3]{x} - 3x^2\sqrt[3]{27x} & \text{f) } 5\sqrt{4x} - 3\sqrt{36x} + \sqrt{25x} - 6\sqrt{x} \end{array}$$

■ 26. Reduce a índice común, y ordena de menor a mayor, las raíces de cada apartado:

$$\text{a) } \sqrt{2}, \sqrt[5]{5} \quad \text{b) } \sqrt[3]{10}, \sqrt[5]{100} \quad \text{c) } \sqrt[4]{4}, \sqrt[6]{6} \quad \text{d) } \sqrt[4]{2}, \sqrt{2}, \sqrt[3]{2} \quad \text{e) } \sqrt[3]{2}, \sqrt[9]{3}, \sqrt{5} \quad \text{f) } \sqrt[3]{-1}, \sqrt[4]{5^{-3}}$$

■ 27. Opera:

$$\text{a) } \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{6} \quad \text{b) } \sqrt[6]{a^5} \cdot \sqrt[5]{a^3} : \sqrt[9]{a} \quad \text{c) } \sqrt[8]{ab^3} \cdot \sqrt[6]{2a^2b^2} \quad \text{d) } \sqrt{2ab} : \sqrt[4]{8a^3b} \quad \text{f) } \sqrt[3]{\sqrt[3]{3^2}}$$

■ 28. Realiza las siguientes operaciones simplificando lo más posible los resultados:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 & \text{c) } (2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2}) - (2 + \sqrt{2})^2 & \text{e) } (\sqrt{3} + 2\sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sqrt{3} \\ \text{b) } (2\sqrt{7} + 3)^2 - 4\sqrt{7}(\sqrt{7} + 3) & \text{d) } (4\sqrt{18} - 2\sqrt{12} + \sqrt{32}) \cdot 2\sqrt{2} & \text{f) } (\sqrt{72} - \sqrt{20} - \sqrt{2})(\sqrt{2} + 2\sqrt{8} + 2\sqrt{5}) \end{array}$$

■ 29. Racionaliza las siguientes fracciones:

$$\text{a) } \frac{2}{\sqrt{2}} \quad \text{b) } \frac{3}{2\sqrt{3}} \quad \text{c) } \frac{2}{\sqrt[3]{5}} \quad \text{d) } \frac{3}{2\sqrt[4]{3}} \quad \text{e) } \frac{7}{\sqrt{7} \cdot \sqrt[3]{3}} \quad \text{f) } \frac{3}{2 + \sqrt{2}} \quad \text{g) } \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \quad \text{h) } \frac{\sqrt{7} + 1}{2\sqrt{7} + 5}$$

■ 30. Realiza las operaciones, racionalizando previamente:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{5}{\sqrt{2}} \sqrt{96} - \frac{3}{\sqrt{7}} \sqrt{189} & \text{c) } \frac{3 + 2\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{e) } \frac{2}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6} - 2} \\ \text{b) } \sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}} & \text{d) } \frac{2}{1 + \sqrt{3}} - \frac{2}{1 - \sqrt{3}} & \text{f) } \frac{2\sqrt{18} - 5\sqrt{8}}{\sqrt{2}} \end{array}$$

■ 31. Efectúa y simplifica:

$$\text{a) } \sqrt{4\sqrt{9\sqrt[3]{729}}} \quad \text{b) } \sqrt{14 + \sqrt{7 - \sqrt[4]{81}}} \quad \text{c) } (\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{16}) \cdot \sqrt[3]{4} \quad \text{d) } \sqrt[5]{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5^5}}}} \quad \text{e) } \sqrt{\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}}$$

■ 32. Calcula, simplificando al máximo el valor de:

$$\text{a) } \left(2\sqrt{45} + 5\sqrt{80} - \frac{3}{5}\sqrt{125}\right) \cdot \frac{4}{\sqrt{5}} \quad \text{b) } \frac{4\sqrt{75}}{\sqrt{27}} - \frac{2}{\sqrt{8}} + \sqrt{8} \quad \text{c) } (\sqrt{7} - 2)^2 - (\sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 2)$$

■ 33. Racionaliza, efectúa y simplifica la expresión:

$$\text{a) } \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - (\sqrt{6} + 2)^2 \quad \text{b) } \frac{2\sqrt{3} - 3}{2\sqrt{3} + 3} - \frac{1}{2\sqrt{3}} \quad \text{c) } \left(\frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} - 2}\right)^2$$

■ 34. La naranja al pelarla pierde $\frac{1}{5}$ de su peso; la naranja pelada pierde al exprimirla para hacer zumo un 30% de su peso. ¿Cuántos kg de naranjas hemos de comprar para obtener 2 400 kg de zumo?

■ 35. La cantidad de azúcar morena que se obtiene de la caña es $\frac{12}{19}$ de su peso. La cantidad de azúcar blanca que se obtiene de refinar el azúcar morena es $\frac{4}{3}$ de su peso. ¿Cuánta caña de azúcar se necesita para obtener 10 toneladas de azúcar blanca?

SOLUCIONES

25. La solución queda:

a) $\frac{98}{15}\sqrt{2}$

c) $-10\sqrt[3]{2}$

e) $\frac{37}{20}\sqrt{2}$

b) $-\frac{11}{12}\sqrt[4]{3}$

d) $-2x^2\sqrt[3]{x}$

f) $-9\sqrt{x}$

26. La solución queda:

a) $\sqrt[10]{5^2} < \sqrt[10]{2^5}$

b) $\sqrt[15]{10^5} < \sqrt[15]{10^6}$

c) $\sqrt[12]{6^2} < \sqrt[12]{4^3}$

d) $\sqrt[12]{2^3} < \sqrt[12]{2^4} < \sqrt[12]{2^6}$

e) $\sqrt[18]{3^2} < \sqrt[18]{2^6} < \sqrt[18]{5^9}$

f) $\sqrt[4]{5^{-3}} < \sqrt[4]{3^{-2}}$

27. Tras operar obtenemos:

a) $\sqrt[12]{2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^4}$

b) $a\sqrt[3]{a}$

c) $\sqrt[24]{2^4 a^{11} b^{17}}$

d) $\sqrt[4]{\frac{b}{2a}}$

e) $\sqrt[6]{3^5}$

28. Quedan:

a) $\frac{9}{2} - 2\sqrt{2}$

b) 9

c) $-4 - 4\sqrt{2}$

d) $64 - 8\sqrt{6}$

e) $\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

f) 30

29. Tras racionalizar se obtiene:

a) $\sqrt{2}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\frac{2\sqrt[3]{5^2}}{5}$

d) $\frac{\sqrt[4]{3^3}}{2}$

e) $\frac{\sqrt[6]{7^3 \cdot 3^4}}{3}$

f) $\frac{6 - 3\sqrt{2}}{2}$

g) $2\sqrt{3} + 3$

h) $3 - \sqrt{7}$

30. La solución queda:

a) $11\sqrt{3}$

b) $\frac{2\sqrt{15}}{15}$

c) $\frac{34 + 23\sqrt{2}}{2}$

d) $2\sqrt{3}$

e) $\frac{4\sqrt{6} + 9}{3}$

f) -4

31. Queda:

a) 6

b) 4

c) 6

d) $5\sqrt[16]{5^3}$

e) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

32. La solución queda:

a) 92

b) $\frac{40+9\sqrt{2}}{6}$

c) $9-4\sqrt{7}$

33. La solución queda:

a) $-2-\sqrt{6}$

b) $\frac{42-25\sqrt{3}}{6}$

c) $161+72\sqrt{5}$

34. La solución queda:

El zumo supone:

$$\frac{70}{100} \cdot \frac{4}{5} \cdot \text{Peso} = \frac{28}{50} \cdot P \Rightarrow \text{Por tanto, } \frac{28}{50} \cdot P = 2400 \Rightarrow P = 4285,7 \text{ kg de naranjas.}$$

35. La solución queda:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Azúcar moreno (AM)} = \frac{12}{19} \text{ caña (C)} \\ \text{Azúcar blanca (AB)} = \frac{4}{3} (AM) \end{array} \right\} \Rightarrow AB = \frac{12}{19} \cdot \frac{4}{3} \cdot C \Rightarrow 10 \text{ T} = \frac{12}{19} \cdot \frac{4}{3} \cdot C \Rightarrow C = 11,875 \text{ T de caña.}$$