

Números reales

1	Juzga como verdadera o falsa cada una de las siguientes afirmaciones, justificando la respuesta: a) $\sqrt{2}$ es un número irracional, pero no real. b) Todo número entero es racional. c) Hay números racionales que no son reales. d) El número $\pi = \frac{\text{longitud circunferencia}}{\text{diámetro}}$ es racional, pues se obtiene de un cociente. e) Hay números que son racionales e irracionales simultáneamente.
2	¿Qué tipo de número (natural, entero...) es el asociado a cada una de las siguientes medidas? a) La longitud de una circunferencia de radio 2 cm. b) La hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 y 4 cm. c) La diagonal de un cuadrado de lado 2 cm. d) El área del cuadrado anterior. e) La altura de un triángulo equilátero de lado 4 cm. f) El área del triángulo anterior. g) El perímetro de dicho triángulo.
3	Clasifica los siguientes números, dando el conjunto menos extenso al que pertenecen: $2,8383\dots$ $-\frac{3}{4}$ $\frac{-\sqrt{5}}{2}$ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $\sqrt[3]{8}+2$ $\frac{\pi}{4}$ $-\frac{8}{4}$ $3,25$ $\frac{1}{3}$ $\sqrt[4]{16}$ $\sqrt[3]{-8}$ $1,020020002\dots$
4	Restando sus fracciones generatrices, calcula el resultado de la siguiente resta $5,21\overline{3} - 3,8\overline{7}$ dando el resultado en forma de decimal periódico.
5	Redondea a centésimas las fracciones siguientes, y luego calcula el error relativo cometido: a) $\frac{13}{6}$ b) $\frac{17}{6}$ c) $\frac{32}{9}$
6	a) Redondea a centenas los datos 1897,67; 987514 y 123. b) Redondea a milésimas 34,2345; 0,8765 y 0,12345. c) Calcula los errores absolutos y relativos cometidos en el apartado a).
7	En un plano se indica que la longitud de un perfil es de 2,318 mm. Acota el error absoluto y el error relativo cometidos.

8	Queremos comparar dos telémetros de tecnología láser y para ello hemos hecho dos mediciones de las que conocíamos de antemano el valor exacto. Al medir la altura de un edificio, el primer telémetro obtuvo 14,48 m. siendo el valor real de 14,39 m. mientras que el segundo telémetro estimó en 7,85 m. la longitud de un pasillo que medía en realidad de 7,92 m. a) Calcula el error absoluto y el error relativo de cada medición. b) ¿Qué telémetro parece más preciso? ¿Por qué?
9	Dado el número $\sqrt{7}$, redondéalo con tres cifras significativas, y acota el error absoluto y relativo que cometemos.
10	Demuestra que es irracional el siguiente número: $N = \frac{1}{10} + \frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^6} + \frac{1}{10^{10}} + \frac{1}{10^{15}} + \dots$
11	Razona, con ejemplos, la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones: a) La suma de dos números irracionales es siempre un número irracional. b) El producto de dos números irracionales es siempre un número irracional.
12	Calcula (con calculadora), dando el resultado con tres cifras significativas: $\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3} + 2\pi + \sqrt{2}$
13	Calcula con calculadora y da el resultado en notación científica con tres cifras significativas: a) $\sqrt{ 5,26 - 3,4 \cdot 10^5 }$ b) $(1,694 \cdot 10^3) \cdot (2,75 \cdot 10^{-4})$ c) $\frac{6,3 \cdot 10^4}{2,1 \cdot 10^3 + 7,2 \cdot 10^6}$
14	La velocidad de la luz es de 300 000 km/s. Si sabemos que la luz del Sol tarda en llegar a la Tierra 8,31 minutos, ¿qué distancia hay de la Tierra al Sol? Da el resultado en notación científica con tres cifras significativas.
15	El átomo de hidrógeno tiene una masa de $1,670 \cdot 10^{-24}$ g. Suponiendo que el Sol estuviese compuesto de $1,191 \cdot 10^{57}$ átomos de hidrógeno, estima la masa del sol. Expresa el resultado en kilogramos y con notación científica con tres decimales.
16	Resuelve las siguientes cuestiones, operando y dando el resultado en notación científica con tres cifras significativas: a) En 18 g de agua hay $6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas de este compuesto. ¿Cuál es la masa, en gramos, de una molécula de agua? b) El diámetro de la Luna es, aproximadamente, $0,34 \cdot 10^7$ m, y el de la Tierra es de $12,7 \cdot 10^3$ km. ¿Cuántas veces es mayor el diámetro de la Tierra que el de la Luna?

17	Aplica las propiedades de las potencias y simplifica: a) $\frac{a^{2x}}{a}$ b) $\frac{2^t \cdot 4^t}{8^{t-1}}$ c) $(5^4)^{x-1}$ d) $10hk^3 \cdot 4h^4$ e) $\frac{3^{x+1}}{3^{x-1}}$
18	Escribe las siguientes expresiones sin paréntesis o índices negativos: a) $(-3m^2n^2)^3$ b) $(3b^2)^{-2}$ c) $\frac{(ab)^2}{b^{-1}}$ d) $\left(\frac{m^3}{2n^2}\right)^4$ e) $(2ab)^{-1}$ f) $2(ab)^{-1}$ g) $2ab^{-1}$ h) $\left(\frac{-4a^3}{b}\right)^2$
19	Escribe los siguientes números en forma de potencia de un número primo: 81, 0,5, $\frac{1}{25}$, $\sqrt[3]{9}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}$
20	Aplica las propiedades de las potencias y simplifica: a) $\frac{2^3 \cdot 5^{-7} \cdot 7^3}{2^{-4} \cdot 5^7 \cdot 7^{-3}}$ b) $\frac{(a \cdot b)^2(a^{-3} \cdot b^3)^3}{(a \cdot b^2 \cdot c^3)^{-5}}$
21	Calcula: a) $\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$ b) $-125^{-\frac{1}{3}}$ c) $\left(\frac{81}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}$
22	Escribe en forma de una sola potencia de exponente fraccionario las siguientes expresiones: a) $\sqrt[4]{3^{-3}}$ b) $\frac{1}{\sqrt[3]{4^2}}$ c) $a^3 \cdot \sqrt[3]{a^{-2}}$ d) $\frac{\sqrt[5]{2^3}}{\sqrt[3]{2^{-2}}}$
23	Me piden calcular la raíz cuadrada de 4,25. Calculando mentalmente las raíces cuadradas de 4 y 0,25 deduzco que el resultado debe ser 2,5. ¿Es esto correcto? Explica tu respuesta.
24	Simplifica: a) $\sqrt[6]{27}$ b) $\sqrt[6]{125}$ c) $\frac{3\sqrt{512} + 5\sqrt{32}}{\sqrt{50} - \sqrt{18}}$
25	Escribe los siguientes radicales con el mismo índice: $\sqrt{5}$, $\sqrt[5]{2^3}$, $\sqrt[15]{7^2}$
26	Racionaliza los denominadores y simplifica cuando se pueda: a) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{3}{2 - \sqrt{3}}$ d) $\frac{4}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ e) $\frac{1}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$
27	Racionaliza y simplifica: a) $\frac{3}{\sqrt{6}}$ b) $\frac{6}{\sqrt[3]{2}}$ c) $\frac{\sqrt{27} + \sqrt{12}}{\sqrt{12} - \sqrt{3}}$ d) $\frac{6}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$
28	Expresa como un único radical lo más simplificado posible: $\frac{(\sqrt[3]{a^2})^4 \cdot (a^2 \cdot \sqrt{a})^3}{\sqrt[6]{a^5}}$

29	Simplifica escribiendo los resultados en forma de potencia de un número primo: a) $\frac{\sqrt{27} \cdot \sqrt{\sqrt[5]{81}}}{3^5 \cdot \left(\sqrt[3]{3}\right)^4 \cdot 9^{-2}}$ b) $\frac{2^{\frac{3}{2}} \cdot 8^0 \cdot 4^{-\frac{1}{3}}}{2^{-1} \cdot \sqrt[3]{2}}$
30	Simplifica la siguiente operación racionalizando el resultado: $\sqrt{\frac{5}{12}} - \sqrt{\frac{10}{6}}$
31	Simplifica, expresando como un único radical: a) $\sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{180} - \sqrt{80}$ b) $3\sqrt{72} - \sqrt{18} + 5\sqrt{2} + \sqrt{50} - 2\sqrt{8}$ c) $9\sqrt{27} + 2\sqrt{3} - 8\sqrt{300} - 4\sqrt{3}$ d) $8\sqrt{8} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 3\sqrt{18}$ e) $\sqrt[3]{-54} + 2 \cdot \sqrt[3]{16}$
32	Halla los números enteros a y b para que: $\sqrt[4]{9} + \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{27}} = \frac{a\sqrt{3}}{b}$
33	Escribe en forma de intervalo y representa gráficamente los números que verifican las siguientes desigualdades: a) $-3 \leq x \leq 2$ b) $5 < x$ c) $-2 \leq x < \frac{3}{2}$ d) $x \geq -2$ e) $x < 3$ o $x \geq 5$ f) $x > 0$ y $x < 4$
34	Representa gráficamente los siguientes conjuntos: $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}$ $B = (-3, 2]$ $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 0\}$ Calcula en forma de intervalo el resultado de $A \cap B$, $A \cap C$, $A \cup B$, $A \cup C$ y $A \cap B \cap C$.
35	Halla el conjunto de números reales que verifica las siguientes igualdades o desigualdades. Da el resultado en forma de intervalo cuando proceda: a) $2x > 6$ b) $2x - 1 < 4$ c) $2x - 6 = 4$ d) $5x + 2 = 8 - x$ e) $3x - 8 < 10$ f) $4x + 3 \leq 1$ g) $2 - x > 0$ h) $1 - 3x \leq 2$ i) $-x > 2$ j) $2x - 1 \leq \frac{1}{2}$

- ① a) Falso: $\sqrt{2}$ es irracional y real, pues todos los n° irracionales son reales.
 b) Verdadero: todo entero puede escribirse en forma fraccionaria (de denominador 1, por ejemplo).
 c) Falso: todos los n° racionales son reales.
 d) Falso: sólo son racionales los números obtenidos a partir del cociente de dos enteros.
 e) Falso: el desarrollo decimal, o es periódico, o no lo es. Los conjuntos $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{I}$ son mutuamente excluyentes.

- ② a) $L = 2\pi r = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$ Irracional.
 b) hipotenusa = $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ Natural.
 c) diagonal = $\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$ Irracional
 d) área = $2 \cdot 2 = 4$ Natural.
 e)  $h = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12}$ Irracional.
 f) área = $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ Irracional.
 g) perímetro = $4 + 4 + 4 = 12$ Natural.

- ③ $2'8383... \in \mathbb{Q}$ (racional); $-\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$ (racional); $-\frac{\sqrt{5}}{2} \in \mathbb{I}$ (irracional).
 $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \in \mathbb{I}$ (irracional); $\sqrt[3]{8} + 2 = 4 \in \mathbb{N}$ (natural); $\frac{\pi}{4} \in \mathbb{I}$ (irracional).
 $-\frac{8}{4} = -2 \in \mathbb{Z}$ (entero); $3'25 \in \mathbb{Q}$ (racional); $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ (racional)
 $\sqrt[4]{16} = \pm 2 \in \mathbb{Z}$ (entero); $\sqrt[3]{-8} = -2 \in \mathbb{Z}$ (entero); $1'020020002... \in \mathbb{I}$ (irracional).

④ $x = 5'21\bar{3}$; $1000x = 5213'333...$
 $100x = 521'333...$
 $\hline 900x = 4692 \rightarrow x = \frac{4692}{900}$

$x = 3'8\bar{7}$; $100x = 387'777...$
 $10x = 38'777...$
 $\hline 90x = 349 \rightarrow x = \frac{349}{90}$

$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4692}{900} - \frac{349}{90} = \frac{4692}{900} - \frac{3490}{900} = \\ = \frac{602}{900} = 1'33\bar{5} \end{array} \right.$

$$\textcircled{5} \text{ a) } \frac{13}{6} \approx 2.17 ; \quad \varepsilon_a = \left| 2.17 - \frac{13}{6} \right| = \left| \frac{2.17}{100} - \frac{13}{6} \right| = \left| \frac{651 - 650}{300} \right| = \frac{1}{300}$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{300} : \frac{13}{6} = \frac{6}{3900} \approx 0.00154 = 0.154 \%$$

$$\text{b) } \frac{17}{6} \approx 2.83 ; \quad \varepsilon_a = \left| \frac{17}{6} - 2.83 \right| = \left| \frac{17}{6} - \frac{283}{100} \right| = \left| \frac{850 - 849}{300} \right| = \frac{1}{300}$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{300} : \frac{17}{6} = \frac{6}{5100} \approx 0.00118 = 0.118 \%$$

$$\text{c) } \frac{32}{9} \approx 3.56 ; \quad \varepsilon_a = \left| 3.56 - \frac{32}{9} \right| = \left| \frac{356}{100} - \frac{32}{9} \right| = \left| \frac{3204 - 3200}{900} \right| = \frac{4}{900} = \frac{1}{225}$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{225} : \frac{32}{9} = \frac{9}{7200} \approx 0.00125 = 0.125 \%$$

$$\textcircled{6} \text{ a) } 1897.67 \approx 1900 ; \quad 987.514 \approx 987.500 ; \quad 123 \approx 100$$

$$\text{b) } 34.2345 \approx 34.235 ; \quad 0.8765 \approx 0.877 ; \quad 0.12345 \approx 0.123$$

$$\text{c) } \varepsilon = |1900 - 1897.67| = 2.33 ; \quad \varepsilon_r = \frac{2.33}{1897.67} \approx 0.00123 = 0.123 \%$$

$$\varepsilon = |987.500 - 987.514| = 14 ; \quad \varepsilon_r = \frac{14}{987514} \approx 1.42 \cdot 10^{-5} = 0.00142 \%$$

$$\varepsilon = |123 - 100| = 23 ; \quad \varepsilon_r = \frac{23}{123} \approx 0.187 = 18.7 \%$$

$$\textcircled{8} \text{ a) } 1^{\circ} \text{ telémetro: } \varepsilon_a = |14.48 - 14.39| = 0.09 \text{ m.}$$

$$\varepsilon_r = \frac{0.09}{14.39} = 0.625 \%$$

$$2^{\circ} \text{ telémetro: } \varepsilon_a = |7.85 - 7.92| = 0.07 \text{ m}$$

$$\varepsilon_r = \frac{0.07}{7.92} = 0.884 \%$$

b) Es más preciso el 1º telémetro, porque el error relativo es menor.

$$\textcircled{7} \quad \varepsilon_a < 0.0005 \text{ mm.}$$

$$\varepsilon_r < \frac{0.0005}{2.318 - 0.0005} \approx 2.16 \cdot 10^{-4} = 0.0216 \%$$

9) $\sqrt{7} = 2.6457... \approx 2.65$

$\varepsilon_a < 0.005$; $\varepsilon_r < \frac{0.005}{2.65 - 0.005} \approx 1.89 \cdot 10^{-3} = 0.189 \%$

10) $N = \frac{1}{10} + \frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^6} + \frac{1}{10^{10}} + \frac{1}{10^{15}} + \dots = 0.1 + 0.001 + 0.000001 + 0.0000000001 +$

$+ 0.0000000000000001 + \dots = 0.101001000100001 \dots$

Infinitas cifras decimales
no periódicas, luego
irracional.

11) a) Falso. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 0.101001000100001\dots \quad (\text{irrac.}) \\ + \quad 0.010110111011110\dots \quad (\text{irrac.}) \\ \hline \end{array}$$

$0.111111111111111\dots$

racional, por ser un decimal periódico.

b) Falso. Por ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{12} \text{ es irracional.} \\ \sqrt{3} \text{ es irracional} \end{array} \right\} \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36} = \pm 6 \text{ entero.}$$

12) 9.08

13) a) $5.83 \cdot 10^2$; b) $4.66 \cdot 10^{-1}$; c) $8.75 \cdot 10^{-3}$

14) $3 \cdot 10^5 \frac{\text{km}}{\text{seg}} \cdot 8.31 \cdot 60 \text{ seg} = 1.4958 \cdot 10^8 \approx 1.50 \cdot 10^8 \text{ km.}$

15) Masa del sol = $1.670 \cdot 10^{-24} \cdot 1.191 \cdot 10^{57} = 1.989 \cdot 10^{33} \text{ g} = 1.989 \cdot 10^{30} \text{ Kg}$

16) a) 18: $6.02 \cdot 10^{23} = 2.99 \cdot 10^{-23} \text{ g/molé.c.}$

b) $12.7 \cdot 10^6 : 0.34 \cdot 10^7 = 3.74 \text{ veces mayor.}$

$$\textcircled{17} \text{ a) } \frac{a^{2x}}{a} = a^{2x-1}; \quad \text{b) } \frac{2^t \cdot 4^t}{8^{t-1}} = \frac{2^t \cdot 2^{2t}}{2^{3t-3}} = \frac{2^{3t}}{2^{3t-3}} = 2^{3t-3t+3} = 2^3 = 8; \quad \text{c) } (5^4)^{x-1} = 5^{4x-4}; \quad \text{d) } 10hk^3 \cdot 4h^4 = 40h^5k^3; \\ \text{e) } \frac{3^{x+1}}{3^{x-1}} = 3^{x+1-x+1} = 3^2 = 9$$

$$\textcircled{18} \text{ a) } (-3m^2n^2)^3 = -27m^6n^6; \quad \text{b) } (3b^2)^{-2} = \frac{1}{(3b^2)^2} = \frac{1}{9b^4}$$

$$\text{c) } \frac{(ab)^2}{b^{-1}} = (ab)^2 b = a^2 b^2 b = a^2 b^3$$

$$\text{d) } \left(\frac{m^3}{2n^2}\right)^4 = \frac{m^{12}}{16n^8}; \quad \text{e) } (2ab)^{-1} = \frac{1}{2ab}$$

$$\text{f) } 2(ab)^{-1} = \frac{2}{ab}; \quad \text{g) } 2ab^{-1} = \frac{2a}{b}$$

$$\text{h) } \left(\frac{-4a^3}{b}\right)^2 = \frac{16a^6}{b^2}$$

$$\textcircled{19} \quad 81 = 3^4; \quad 0.5 = \frac{1}{2} = 2^{-1}; \quad \frac{1}{25} = \frac{1}{5^2} = 5^{-2}; \quad \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3^2} = 3^{2/3}; \\ \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2^{1/2}} = 2^{-1/2}$$

$$\textcircled{20} \text{ a) } \frac{2^3 \cdot 5^{-7} \cdot 7^3}{2^{-4} \cdot 5^7 \cdot 7^{-3}} = 2^7 \cdot 5^{-14} \cdot 7^6$$

$$\text{b) } \frac{(a \cdot b)^2 (a^{-3} b^3)^3}{(a b^2 c^3)^{-5}} = \frac{a^2 b^2 a^{-9} b^9}{a^5 b^{-10} c^{-15}} = \frac{a^{-7} b^{11}}{a^5 b^{-10} c^{-15}} = a^{-12} b^{21} c^{15}$$

$$\textcircled{22} \text{ a) } \sqrt[4]{3^{-3}} = 3^{-3/4}; \quad \text{b) } \frac{1}{\sqrt[3]{4^2}} = \frac{1}{4^{2/3}} = 4^{-2/3} = 2^{-4/3}$$

$$\text{c) } a^3 \cdot \sqrt[3]{a^{-2}} = a^3 \cdot a^{-2/3} = a^{7/3}; \quad \text{d) } \frac{\sqrt[5]{2^3}}{\sqrt[3]{2^{-2}}} = \frac{2^{3/5}}{2^{-2/3}} = 2^{3/5+2/3} = 2^{19/15}$$

23) No es correcto: $\sqrt{4'25} \neq \sqrt{4} + \sqrt{0'25} = 2 + 0'5 = 2'5$

la raíz cuadrada de una suma No es la suma de las raíces cuadradas.

26) a) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

b) $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(2+\sqrt{2})\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}+2}{2} = \sqrt{2}+1$

c) $\frac{3}{2-\sqrt{3}} = \frac{3(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{3(2+\sqrt{3})}{4-3} = 3(2+\sqrt{3}) = 6+3\sqrt{3}$

d) $\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{4(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{4(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3-2} = 4(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

e) $\frac{1}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})} = \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{18-12} = \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{6}$

28) $\frac{(\sqrt[3]{a^2})^4 \cdot (a^2 \cdot \sqrt{a})^3}{\sqrt[6]{a^5}} = \frac{(a^{\frac{2}{3}})^4 \cdot (a^2 \cdot a^{\frac{1}{2}})^3}{a^{\frac{5}{6}}} = \frac{a^{\frac{8}{3}} \cdot a^6 \cdot a^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{5}{6}}} = \frac{a^{\frac{61}{6}}}{a^{\frac{5}{6}}} =$

$= a^{\frac{56}{6}} = a^{\frac{28}{3}} = \sqrt[3]{a^{28}} = \sqrt[3]{a^{27} \cdot a} = a^9 \cdot \sqrt[3]{a}$

31) a) $\sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{180} - \sqrt{80} = \sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

b) $3\sqrt{72} - \sqrt{18} + 5\sqrt{2} + \sqrt{50} - 2\sqrt{8} = 18\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 21\sqrt{2}$

c) $9\sqrt{27} + 2\sqrt{3} - 8\sqrt{300} - 4\sqrt{3} = 27\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 80\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = -55\sqrt{3}$

d) $8\sqrt{8} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 3\sqrt{18} = 16\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 8\sqrt{5} - 12\sqrt{5} + 9\sqrt{2} =$
 $= 20\sqrt{2} - 4\sqrt{5}$

e) $\sqrt[3]{-54} + 2 \cdot \sqrt[3]{16} = -3\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2}$

$$\textcircled{30} \quad \sqrt{\frac{5}{12}} - \sqrt{\frac{10}{6}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{5}\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{10}\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{15}}{6} - \frac{\sqrt{60}}{6} =$$

$$= \frac{\sqrt{15}-\sqrt{60}}{6} = \frac{\sqrt{15}-2\sqrt{15}}{6} = -\frac{\sqrt{15}}{6}$$

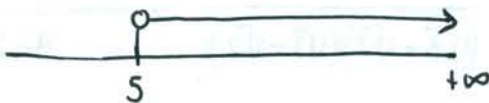
$$\textcircled{32} \quad \sqrt[4]{9} + \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{27}} = \sqrt[4]{3^2} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2}{3\sqrt{3}} = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2}{3\sqrt{3}} =$$

$$= \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{9} = \frac{9\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{9} = \frac{10\sqrt{3}}{9} \Rightarrow \begin{cases} a=10 \\ b=9 \end{cases}$$

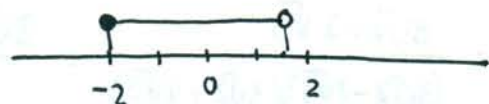
$\textcircled{33}$ a) $[-3, 2]$



b) $(5, +\infty)$



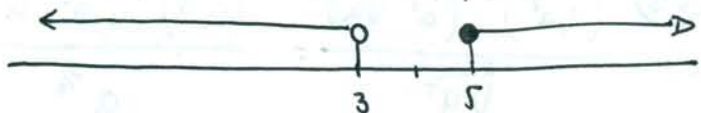
c) $[-2, \frac{3}{2})$



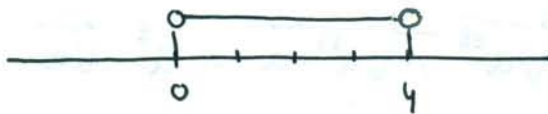
d) $[-2, +\infty)$



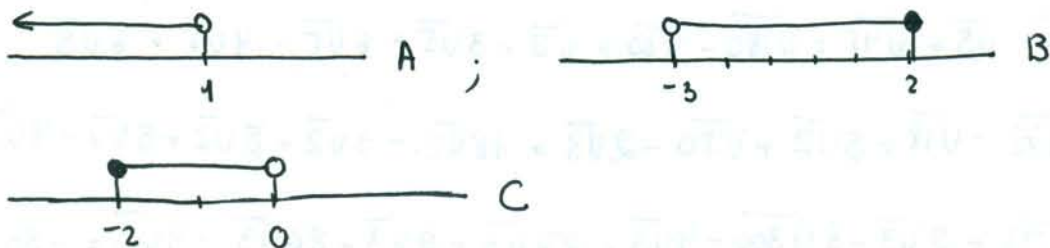
e) $(-\infty, 3) \cup [5, +\infty)$



f) $(0, 4)$



$\textcircled{34}$



$$A \cap B = (-3, 1); \quad A \cap C = [-2, 0]; \quad A \cup B = (-\infty, 2]$$

$$A \cup C = (-\infty, 1); \quad A \cap B \cap C = [-2, 0]$$

④

$$\textcircled{35} \text{ a) } |2x| > 6 \Rightarrow \begin{cases} 2x > 6 \\ \sigma \\ 2x < -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ \sigma \\ x < -3 \end{cases} \Rightarrow (-\infty, -3) \cup (3, +\infty).$$

$$\text{b) } |2x-1| < 4 \Rightarrow -4 < 2x-1 < 4 \Rightarrow -3 < 2x < 5 \Rightarrow -\frac{3}{2} < x < \frac{5}{2} \\ \Rightarrow \left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$\text{c) } |2x-6| = 4 \Rightarrow \begin{cases} 2x-6 = 4 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5 \\ 2x-6 = -4 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

$$\text{d) } |5x+2| = 8-x \Rightarrow \begin{cases} 5x+2 = 8-x \Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow x = 1 \\ 5x+2 = -8+x \Rightarrow 4x = -10 \Rightarrow x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{e) } |3x-8| < 10 \Rightarrow -10 < 3x-8 < 10 \Rightarrow -2 < 3x < 18 \Rightarrow -\frac{2}{3} < x < 6 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(-\frac{2}{3}, 6\right)$$

$$\text{f) } |4x+3| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 4x+3 \leq 1 \Rightarrow -4 \leq 4x \leq -2 \Rightarrow -1 \leq x \leq -\frac{1}{2} \\ \Rightarrow \left[-1, -\frac{1}{2}\right]$$

$$\text{g) } |2-x| > 0 \Rightarrow \begin{cases} 2-x > 0 \Rightarrow 2 > x \Rightarrow x < 2 \\ \sigma \\ 2-x < 0 \Rightarrow 2 < x \Rightarrow x > 2 \end{cases} \Rightarrow (-\infty, 2) \cup (2, +\infty) = \\ = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$\text{h) } |1-3x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq 1-3x \leq 2 \Rightarrow -3 \leq -3x \leq 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq 1 \Rightarrow \left[-\frac{1}{3}, 1\right]$$

$$\text{i) } |-x| > 2 \Rightarrow \begin{cases} -x > 2 \Rightarrow x < -2 \\ \sigma \\ -x < -2 \Rightarrow x > 2 \end{cases} \Rightarrow (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$$

$$\text{j) } |2x-1| \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq 2x-1 \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq 2x \leq \frac{3}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4} \Rightarrow \left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$$

$$(21) \quad a) \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{3^3}{2^3}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{(3^3)^{\frac{2}{3}}}{(2^3)^{\frac{2}{3}}} = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

$$b) -125^{-\frac{1}{3}} = \frac{-1}{125^{\frac{1}{3}}} = \frac{-1}{(5^3)^{\frac{1}{3}}} = -\frac{1}{5}$$

$$c) \left(\frac{81}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} = \left(\frac{3^4}{2^4}\right)^{-\frac{3}{4}} = \frac{(3^4)^{-\frac{3}{4}}}{(2^4)^{-\frac{3}{4}}} = \frac{3^{-3}}{2^{-3}} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

$$(24) \quad a) \sqrt[6]{27} = \sqrt[6]{3^3} = 3^{\frac{3}{6}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$b) \sqrt[6]{125} = \sqrt[6]{5^3} = 5^{\frac{3}{6}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

$$c) \frac{3\sqrt{512} + 5\sqrt{32}}{\sqrt{50} - \sqrt{18}} = \frac{3 \cdot 16\sqrt{2} + 5 \cdot 4\sqrt{2}}{5\sqrt{2} - 3\sqrt{2}} = \frac{48\sqrt{2} + 20\sqrt{2}}{5\sqrt{2} - 3\sqrt{2}} = \frac{68\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 34.$$

$$(25) \quad \text{m.c.m}(2, 5, 15) = 30.$$

$$\sqrt{5} = \sqrt[30]{5^{15}}; \quad \sqrt[5]{2^3} = \sqrt[30]{2^{18}}; \quad \sqrt[15]{7^2} = \sqrt[30]{7^4}$$

$$(27) \quad a) \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$b) \frac{6}{\sqrt[3]{2}} = \frac{6\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \frac{6\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{6\sqrt[3]{4}}{2} = 3\sqrt[3]{4}$$

$$c) \frac{\sqrt{27} + \sqrt{12}}{\sqrt{12} - \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{27} + \sqrt{12})(\sqrt{12} + \sqrt{3})}{(\sqrt{12} - \sqrt{3})(\sqrt{12} + \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{324} + \sqrt{81} + \sqrt{144} + \sqrt{36}}{12 - 3} = \frac{18 + 9 + 12 + 6}{9} = \frac{45}{9} = 5$$

$$d) \frac{6}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{6(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{(\sqrt{3}+\sqrt{7})(\sqrt{7}-\sqrt{3})} = \frac{6\sqrt{7}-6\sqrt{3}}{7-3} = \frac{6(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{4} = \frac{3(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{2} \quad (5)$$

$$(29) a) \frac{\sqrt{27} \cdot \sqrt[5]{81}}{3^5 \cdot (\sqrt[3]{3})^4 \cdot 9^{-2}} = \frac{\sqrt{3^3} \cdot \sqrt[10]{3^4}}{3^5 \cdot \sqrt[3]{3^4} \cdot (3^2)^{-2}} = \frac{3^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{2}{5}}}{3^5 \cdot 3^{\frac{4}{3}} \cdot 3^{-4}} =$$

$$= \frac{3^{\frac{15}{10}} \cdot 3^{\frac{4}{10}}}{3 \cdot 3^{\frac{4}{3}}} = \frac{3^{\frac{19}{10}}}{3^{\frac{10}{3}}} = 3^{\frac{19}{10} - \frac{10}{3}} = 3^{\frac{57-70}{30}} = 3^{-\frac{13}{30}}$$

$$b) \frac{2^{\frac{3}{2}} \cdot 8^0 \cdot 4^{-\frac{1}{3}}}{2^{-1} \cdot \sqrt[3]{2}} = \frac{2^{\frac{3}{2}} \cdot 1 \cdot 2^{-\frac{2}{3}}}{2^{-1} \cdot 2^{\frac{1}{3}}} = \frac{2^{\frac{9-4}{6}}}{2^{-\frac{2}{3}}} = \frac{2^{\frac{5}{6}}}{2^{-\frac{2}{3}}} = 2^{\frac{5}{6} + \frac{2}{3}} =$$

$$= 2^{\frac{5+4}{6}} = 2^{\frac{9}{6}} = 2^{\frac{3}{2}}$$
