

LOS NÚMEROS REALES

Números racionales e irracionales

- 1 Expresa como fracción cada decimal y opera:

$$0,\widehat{12} - 5,\widehat{6} - 0,2\widehat{3} + 3,1$$

☛ Recuerda que $5,\widehat{6} = \frac{56-5}{9}$; $0,2\widehat{3} = \frac{23-2}{90}$.

$$\frac{12}{99} - \frac{51}{99} - \frac{21}{90} + \frac{31}{10} = -\frac{442}{165} = -2,6\widehat{78}$$

- 2 Demuestra que el producto $4,0\widehat{9} \cdot 1,3\widehat{9}$ es un decimal exacto.

☛ Comprueba, pasando a fracción, que los dos factores son decimales exactos.

$$4,0\widehat{9} = \frac{409-40}{90} = \frac{369}{90} = 4,1 \qquad 1,3\widehat{9} = \frac{139-13}{90} = \frac{126}{90} = 1,4$$

$$4,0\widehat{9} \cdot 1,3\widehat{9} = 4,1 \cdot 1,4 = 5,74$$

3 Calcula: a) $\sqrt{1,7}$ b) $\sqrt{\frac{1,3}{3}}$

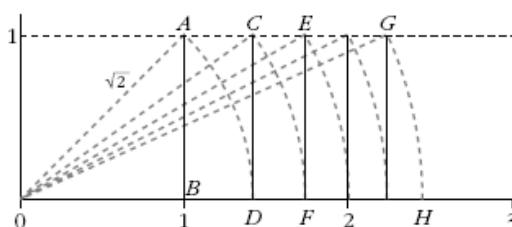
a) $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} = 1,\bar{3}$ b) $\frac{4}{9} = \frac{2}{3} = 0,\bar{4}$

4 Indica cuál, de cada par de números, es mayor:

a) $\frac{140}{99}$ y $\sqrt{2}$ b) $0,52\bar{6}$ y $0,52\bar{6}$ c) $4,8\bar{9}$ y $2\sqrt{6}$ d) $-2,098$ y $-2,1$

a) $\sqrt{2}$ b) $0,52\bar{6}$ c) $4,8\bar{9}$ d) $-2,098$

5 Observa cómo hemos representado algunos números irracionales:



En el triángulo OAB , $\overline{OB} = 1$, $\overline{AB} = 1$ y $\overline{OA} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

Por tanto, el punto D representa a $\sqrt{2}$.

¿Qué números representan los puntos F y H ? Justifica tu respuesta.

F representa: $\sqrt{3}$ pues $\overline{OF} = \overline{OC} = \sqrt{\overline{OD}^2 + \overline{DC}^2} = (\sqrt{2})^2 + 1^2 = \sqrt{3}$

H representa: $\sqrt{6}$ pues $\overline{OH} = \overline{OG} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 1^2} = \sqrt{6}$

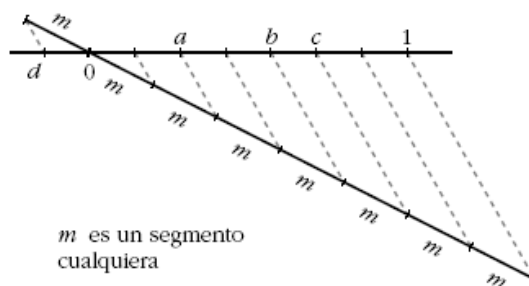
6 ¿Cuáles son los números racionales a, b, c, d representados en este gráfico?

$a = \frac{2}{7}$

$b = \frac{4}{7}$

$c = \frac{5}{7}$

$d = -\frac{1}{7}$



Potencias

7 Halla sin calculadora: $\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}\right)^{-2} \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{9}\right)^{-1} + 4$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)^{-1} + 4 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) + 4 = -4 + 4 = 0$$

8 Simplifica, utilizando las propiedades de las potencias:

$$\text{a) } \frac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{9^3 \cdot 4^3 \cdot 5} \quad \text{b) } \frac{3^4 \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{5^{-1} \cdot 3^5} \quad \text{c) } \frac{15^2 \cdot 8^{-1}}{6^3 \cdot 10^2} \quad \text{d) } \frac{a^{-3} b^{-4} c^7}{a^{-5} b^2 c^{-1}}$$

$$\text{a) } \frac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{3^6 \cdot 2^6 \cdot 5} = \frac{5}{2}$$

$$\text{b) } \frac{3^4 \cdot 2^4 \cdot 3^{-2}}{5^{-1} \cdot 3^5} = \frac{2^4 \cdot 5}{3^3} = \frac{80}{27}$$

$$\text{c) } \frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^{-3}}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^2 \cdot 5^2} = \frac{1}{2^8} = 2^{-8} = \frac{1}{256}$$

$$\text{d) } \frac{c^7 a^5 c}{a^3 b^4 b^2} = \frac{a^2 c^8}{b^6}$$

9 Expresa los siguientes radicales mediante potencias de exponente fraccionario y simplifica:

$$\text{a) } \sqrt[5]{a^2} \cdot \sqrt{a} \quad \text{b) } \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} \quad \text{c) } \frac{1}{\sqrt[4]{a^3}}$$

$$\text{a) } a^{2/5} \cdot a^{1/2} = a^{9/10} = \sqrt[10]{a^9} \quad \text{b) } \frac{x^{2/3}}{x^{1/2}} = x^{1/6} = \sqrt[6]{x} \quad \text{c) } a^{-3/4} = \sqrt[4]{a^{-3}}$$

10 Resuelve, sin utilizar la calculadora:

$$\text{a) } \sqrt[5]{32} \quad \text{b) } \sqrt[3]{343} \quad \text{c) } \sqrt[4]{625} \quad \text{d) } \sqrt{0,25} \quad \text{e) } \sqrt[3]{8^4} \quad \text{f) } \sqrt[3]{0,001}$$

$$\text{a) } \sqrt[5]{2^5} = 2 \quad \text{b) } \sqrt[3]{7^3} = 7 \quad \text{c) } \sqrt[4]{5^4} = 5$$

$$\text{d) } \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \text{e) } \sqrt[3]{2^{12}} = 2^4 = 16 \quad \text{f) } \sqrt[3]{0,1^3} = 0,1$$

11 Expresa como una potencia de base 2:

$$\text{a) } \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{b) } (-32)^{1/5} \quad \text{c) } (\sqrt[8]{2})^4$$

$$\text{a) } 2^{-1/2} \quad \text{b) } (-2^5)^{1/5} = -2 \quad \text{c) } 2^{4/8} = 2^{1/2}$$

12 Calcula utilizando potencias de base 2, 3 y 5:

$$\text{a) } 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \quad \text{b) } \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^{-1} \cdot \frac{1}{8}$$

$$\text{c) } \frac{(-5)^3 (-8)^3 (-9)^2}{15^2 \cdot 20^4} \quad \text{d) } \frac{(-30)^{-1} \cdot 15^2}{10^3}$$

$$\text{a) } 2^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{(-3)^3}{2^3} = \frac{-3^2}{2} = \frac{-9}{2} \quad \text{b) } \frac{1}{2^4} \cdot \frac{3^2}{2} \cdot \frac{1}{2^3} = \frac{3^2}{2^8} = \frac{9}{256}$$

$$\text{c) } \frac{(-5)^3 \cdot (-2^3)^3 \cdot (-3^2)^2}{3^2 \cdot 5^2 \cdot (2^2 \cdot 5)^4} = \frac{5^3 \cdot 2^9 \cdot 3^4}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^8 \cdot 5^4} = \frac{2 \cdot 3^2}{5^3} = \frac{18}{125}$$

$$\text{d) } \frac{3^2 \cdot 5^2}{-2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2^3 \cdot 5^3} = -\frac{3}{5^2 \cdot 2^4} = \frac{-3}{400}$$

13 Expresa en forma de potencia, efectúa las operaciones y simplifica:

a) $\frac{\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{-1}}{a \sqrt{a}}$

b) $16^{1/4} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{4}}$

a) $\frac{a^{3/4} \cdot a^{-1}}{a \cdot a^{1/2}} = a^{-7/4} = \frac{1}{\sqrt[4]{7}}$

b) $(2^4)^{1/4} \cdot (2^2)^{-1/3} \cdot (2^2)^{-1/6} = 2 \cdot 2^{-2/3} \cdot 2^{-1/3} = 2^0 = 1$

14 Justifica las igualdades que son verdaderas. Escribe el resultado correcto en las falsas:

a) $\frac{a^2 \cdot b^{-2}}{a^{-2} \cdot b^2} = 1$

b) $(3^{-2})^{-3} \left(\frac{1}{27}\right)^2 = 1$

c) $\frac{3^{-2} - 5^{-2}}{3^{-1} - 5^{-1}} = \frac{8}{15}$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-3)^{-2} = \frac{80}{9}$

a) Falsa. $\frac{a^2 \cdot b^{-2}}{a^{-2} \cdot b^2} = \frac{a^4}{b^4}$

b) Verdadera. $(3^{-2})^{-3} \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^2 = 3^6 \cdot \left(\frac{1}{3^3}\right)^2 = 3^6 \cdot \frac{1}{3^6} = \frac{3^6}{3^6} = 1$

c) Verdadera. $\frac{3^{-2} - 5^{-2}}{3^{-1} - 5^{-1}} = \frac{(1/3^2) - (1/5^2)}{1/3 - 1/5} = \frac{(1/3 - 1/5)(1/3 + 1/5)}{(1/3 - 1/5)} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$

d) Verdadera. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-3)^{-2} = 3^2 - \frac{1}{(-3)^2} = 3^2 - \frac{1}{3^2} = 9 - \frac{1}{9} = \frac{81 - 1}{9} = \frac{80}{9}$

15 Demuestra, utilizando potencias, que:

a) $(0,125)^{1/3} = 2^{-1}$

b) $(0,25)^{-1/2} = 2$

a) $(0,125)^{1/3} = \left(\frac{125}{1000}\right)^{1/3} = \left(\frac{1}{8}\right)^{1/3} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^{1/3} = \frac{1}{2} = 2^{-1}$

b) $(0,25)^{-1/2} = \left(\frac{25}{100}\right)^{-1/2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1/2} = \left(\frac{1}{2^2}\right)^{-1/2} = (2^2)^{1/2} = 2$

Radicales

16 Introduce los factores dentro de cada raíz:

$$\text{a) } 2 \sqrt[3]{3} \qquad \text{b) } 4 \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \qquad \text{c) } \frac{2}{x} \sqrt{\frac{3x}{8}}$$

$$\text{d) } \frac{3}{5} \sqrt[3]{\frac{25}{9}} \qquad \text{e) } 2 \sqrt[4]{4} \qquad \text{f) } \frac{1}{5} \sqrt[3]{15}$$

$$\text{a) } \sqrt[3]{3 \cdot 2^3} = \sqrt[3]{24} \qquad \text{b) } \sqrt[3]{\frac{4^3}{4}} = \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{16}$$

$$\text{c) } \sqrt{\frac{2^2 \cdot 3x}{x^2 \cdot 2^3}} = \sqrt{\frac{3}{2x}} \qquad \text{d) } \sqrt[3]{\frac{3^3 \cdot 5^2}{5^3 \cdot 3^2}} = \sqrt[3]{\frac{3}{5}}$$

$$\text{e) } \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^2} = \sqrt[4]{2^6} = \sqrt{2^3} = \sqrt{8} \qquad \text{f) } \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 5}{5^3}} = \sqrt[3]{\frac{3}{5^2}} = \sqrt[3]{\frac{3}{25}}$$

17 Sacar de la raíz el factor que puedas:

$$\text{a) } \sqrt[3]{16} \qquad \text{b) } 4 \sqrt{8} \qquad \text{c) } \sqrt{1000}$$

$$\text{d) } \sqrt[3]{8a^5} \qquad \text{e) } \sqrt{\frac{125a^2}{16b}} \qquad \text{f) } \frac{1}{4} + \frac{1}{9}$$

$$\text{g) } \sqrt{\frac{16}{a^3}} \qquad \text{h) } \sqrt{4a^2 + 4} \qquad \text{i) } \frac{a}{9} + \frac{a}{16}$$

$$\text{a) } \sqrt[3]{2^4} = 2 \sqrt[3]{2} \qquad \text{b) } 4 \sqrt{2^3} = 4 \cdot 2 \sqrt{2} = 8 \sqrt{2} \qquad \text{c) } \sqrt{2^3 \cdot 5^3} = 10 \sqrt{10}$$

$$\text{d) } \sqrt[3]{2^3 \cdot a^5} = 2a \sqrt[3]{a^2} \qquad \text{e) } \sqrt{\frac{5^3 \cdot a^2}{2^4 \cdot b}} = \frac{5a}{4} \sqrt{\frac{5}{b}} \qquad \text{f) } \sqrt{\frac{13}{36}} = \frac{1}{6} \sqrt{13}$$

$$\text{g) } \frac{4}{a} \sqrt{\frac{1}{a}} \qquad \text{h) } \sqrt{4(a^2 + 1)} = 2 \sqrt{a^2 + 1} \qquad \text{i) } \sqrt{\frac{25a}{16 \cdot 9}} = \frac{5\sqrt{a}}{12}$$

18 Simplifica:

$$\text{a) } \sqrt[6]{0,027} \qquad \text{b) } \sqrt[8]{0,0016} \qquad \text{c) } \sqrt[4]{1 + \frac{9}{16}}$$

$$\text{a) } \sqrt[6]{\frac{27}{1000}} = \sqrt[6]{\frac{3^3}{10^3}} = \sqrt[6]{\left(\frac{3}{10}\right)^3} = \left(\frac{3}{10}\right)^{3/6} = \left(\frac{3}{10}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

$$\text{b) } \sqrt[8]{\frac{16}{10000}} = \sqrt[8]{\frac{2^4}{10^4}} = \sqrt[8]{\left(\frac{2}{10}\right)^4} = \left(\frac{1}{5}\right)^{4/8} = \left(\frac{1}{5}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$\text{c) } \sqrt[4]{\frac{25}{16}} = \sqrt[4]{\frac{5^2}{4^2}} = \left(\frac{5}{4}\right)^{2/4} = \left(\frac{5}{4}\right)^{1/2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

19 Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[3]{24}$

b) $\sqrt[6]{27}$

c) $\sqrt[3]{-108}$

d) $\sqrt[12]{64 y^3}$

e) $\sqrt[4]{\frac{81}{64}}$

f) $\sqrt[8]{625} : \sqrt[4]{25}$

a) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = 2 \sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt[6]{3^3} = 3^{3/6} = 3^{1/2} = \sqrt{3}$

c) $-\sqrt[3]{3^3 \cdot 2^2} = -3 \sqrt[3]{2^2}$

d) $\sqrt[12]{2^6 \cdot y^3} = \sqrt[4]{2^2 \cdot y} = \sqrt[4]{2^2} \cdot \sqrt[4]{y} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{y}$

e) $\sqrt[4]{\frac{3^4}{2^6}} = \frac{3}{\sqrt{2^3}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

f) $\sqrt[8]{5^4} : \sqrt[4]{5^2} = \sqrt{5} : \sqrt{5} = 1$

20 Reduce a índice común y ordena de menor a mayor:

a) $\sqrt[4]{4}, \sqrt[3]{3}, \sqrt{2}$

b) $\sqrt{6}, \sqrt[3]{4}$

c) $\sqrt[4]{6}, \sqrt[5]{10}$

d) $\sqrt[4]{72}, \sqrt[3]{9}, \sqrt[6]{100}$

a) $\sqrt[12]{64}, \sqrt[12]{81}, \sqrt[12]{64}; \sqrt[4]{4} = \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt[6]{216}, \sqrt[6]{16}; \sqrt[3]{4} < \sqrt{6}$

c) $\sqrt[20]{7776}, \sqrt[20]{10000}; \sqrt[4]{6} < \sqrt[5]{10}$

d) $\sqrt[12]{373248}, \sqrt[12]{6561}, \sqrt[12]{10000}; \sqrt[3]{9} < \sqrt[6]{100} < \sqrt[4]{72}$

21 Realiza la operación y simplifica si es posible:

a) $4\sqrt{27} \cdot 5\sqrt{6}$

b) $2\sqrt{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt{\frac{27}{8}}$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{8}}$

d) $(\sqrt[3]{12})^2$

e) $(\sqrt[6]{32})^3$

f) $\sqrt[3]{24} : \sqrt[3]{3}$

a) $20\sqrt{27 \cdot 6} = 20\sqrt{3^3 \cdot 2 \cdot 3} = 20\sqrt{2 \cdot 3^4} = 180\sqrt{2}$

b) $2\sqrt{\frac{4 \cdot 27}{3 \cdot 8}} = 2\sqrt{\frac{9}{2}} = 6\sqrt{\frac{1}{2}}$

c) $\sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

d) $(\sqrt[3]{2^2 \cdot 3})^2 = \sqrt[3]{2^4 \cdot 3^2} = 2\sqrt[3]{2 \cdot 3^2} = 2\sqrt[3]{18}$

e) $(\sqrt[6]{2^5})^3 = \sqrt[3]{2^{15}} = \sqrt{2^5} = 2^2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

f) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} : \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3} : \sqrt[3]{3} = 2$

22 Efectúa y simplifica, si es posible:

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}$ b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a}} \sqrt{a}$ c) $\left(\frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3$ d) $\sqrt[3]{2\sqrt{3}} : \sqrt[3]{\sqrt{4}}$

☛ En b) y c) puedes expresar los radicales como potencias de bases a y 2 , respectivamente.

a) $\sqrt[6]{2^2 \cdot 3^3} = \sqrt[6]{108}$

b) $\sqrt[3]{a} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a}$

c) $\left(\sqrt[6]{\frac{2^5}{2^9}}\right)^3 = \left(\sqrt[6]{\frac{1}{2^4}}\right)^3 = \sqrt[6]{\frac{1}{2^{12}}} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

d) $\sqrt[3]{\sqrt{2^2} \cdot 3} : \sqrt[3]{\sqrt{2^2}} = \sqrt[6]{2^2 \cdot 3} : \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{3}$

23 Expresa con una única raíz:

a) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$ b) $\sqrt[3]{2\sqrt[4]{8}}$ c) $(\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a^4}) : \sqrt{a}$

a) $\sqrt[12]{4}$

b) $\sqrt[12]{2^4 \cdot 2^3} = \sqrt[12]{2^7} = \sqrt[12]{128}$

c) $\sqrt[20]{\frac{a^{15} \cdot a^{16}}{a^{10}}} = \sqrt[20]{a^{21}} = a \sqrt[20]{a}$

24 Racionaliza los denominadores y simplifica:

a) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{18}}$ b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ c) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$ d) $\frac{3}{3+\sqrt{3}}$ e) $\frac{\sqrt{72} + 3\sqrt{32} - \sqrt{8}}{\sqrt{8}}$

a) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2 \cdot 3^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

b) $\frac{2\sqrt[3]{4}}{2} = \sqrt[3]{4}$

c) $\frac{(\sqrt{2}-1)\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$

d) $\frac{3(3-\sqrt{3})}{9-3} = \frac{9-3\sqrt{3}}{6} = \frac{3(3-\sqrt{3})}{2 \cdot 3} = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$

e) $\frac{\sqrt{2^3 \cdot 3^2} + 3\sqrt{2^5} - \sqrt{2^3}}{\sqrt{2^3}} = \frac{3\sqrt{8} + 6\sqrt{8} - \sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \frac{8\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = 8$

25 Calcula y simplifica:

$$\text{a) } 5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} + \frac{3}{2}\sqrt{80} \quad \text{b) } \sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} - \frac{21}{5}\sqrt[3]{250}$$

$$\text{c) } \sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24} \quad \text{d) } (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - 1)$$

$$\text{a) } 25\sqrt{5} + 18\sqrt{5} - 14\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 35\sqrt{5}$$

$$\text{b) } 2\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} - 21\sqrt[3]{2} = -20\sqrt[3]{2}$$

$$\text{c) } 5\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{5} - 2\sqrt{6} = 2\sqrt{5} + \sqrt{6}$$

$$\text{d) } \sqrt{12} - \sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{3} = \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$$

26 Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

$$\text{a) } 3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{250} + 5\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2}$$

$$\text{b) } \sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{18}{125}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{45}}$$

$$\text{c) } 7\sqrt[3]{81a} - 2\sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5}$$

$$\text{a) } 3\sqrt[3]{2^4} - 2\sqrt[3]{2 \cdot 5^3} + 5\sqrt[3]{2 \cdot 3^3} - 4\sqrt[3]{2} = 6\sqrt[3]{2} - 10\sqrt[3]{2} + 15\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2} = 7\sqrt[3]{2}$$

$$\text{b) } \sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{2 \cdot 3^2}{5^3}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2^3}{3^2 \cdot 5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} - \frac{12}{5}\sqrt{\frac{2}{5}} + \frac{2}{9}\sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{-53}{45}\sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$\text{c) } 7\sqrt[3]{3^4 \cdot a} - 2\sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5} = 21\sqrt[3]{3a} - 2a\sqrt[3]{3a} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5} = \left(\frac{106}{5} - 2a\right)\sqrt[3]{3a}$$

27 Efectúa y simplifica:

$$\text{a) } (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 \quad \text{b) } (\sqrt{6} + \sqrt{5})2\sqrt{2}$$

$$\text{c) } (\sqrt{5} - \sqrt{6})(\sqrt{5} + \sqrt{6}) \quad \text{d) } (2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2$$

$$\text{e) } (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)\sqrt{3}$$

$$\text{a) } (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2}) = 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$$

$$\text{b) } 2\sqrt{12} + 2\sqrt{10} = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{10}$$

$$\text{c) } 5 - 6 = -1$$

$$\text{d) } 20 + 18 - 12\sqrt{10} = 38 - 12\sqrt{10}$$

$$\text{e) } (2 - 1)\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

28 Racionaliza y simplifica:

a) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$

b) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$

c) $\frac{1}{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})}$

d) $\frac{3}{\sqrt{5}-2}$

e) $\frac{11}{2\sqrt{5}+3}$

f) $\frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+2}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot 3^2} &= \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}-2}{3 \cdot 2} = \\ &= \frac{2(\sqrt{6}-1)}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{6}-1}{3} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2^2} \cdot 3} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{3}+\sqrt{2})\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6+\sqrt{6}}{6} = 1 + \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$\text{c) } \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2(3-5)} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{-4} = -\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{4}$$

$$\text{d) } \frac{3(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{3(\sqrt{5}+2)}{5-4} = 3(\sqrt{5}+2) = 3\sqrt{5}+6$$

$$\text{e) } \frac{11(2\sqrt{5}-3)}{(2\sqrt{5}+3)(2\sqrt{5}-3)} = \frac{11(2\sqrt{5}-3)}{20-9} = \frac{11(2\sqrt{5}-3)}{11} = 2\sqrt{5}-3$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{(3\sqrt{6}+2\sqrt{2})(3\sqrt{3}-2)}{(3\sqrt{3}+2)(3\sqrt{3}-2)} &= \frac{9\sqrt{18}-6\sqrt{6}+6\sqrt{6}-4\sqrt{2}}{27-4} = \frac{9\sqrt{2} \cdot 3^2-4\sqrt{2}}{23} = \\ &= \frac{27\sqrt{2}-4\sqrt{2}}{23} = \frac{23\sqrt{2}}{23} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

29 Racionaliza y efectúa:

a) $\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

b) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

$$\text{a) } \frac{3(\sqrt{3}+\sqrt{2})-2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}+5\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2-(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} &= \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5}-\sqrt{7}-\sqrt{5})}{7-5} = \\ &= \frac{2\sqrt{7}(-2\sqrt{5})}{2} = -2\sqrt{35} \end{aligned}$$

30 Opera y simplifica: $\frac{1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}} + \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}}$

$$\frac{1}{\frac{1 + \sqrt{3} - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}} + \frac{1}{\frac{1 - \sqrt{3} + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}} = 1 + \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} = 2$$

Notación científica

31 Efectúa y da el resultado en notación científica con tres cifras significativas:

a) $\frac{(3,12 \cdot 10^{-5} + 7,03 \cdot 10^{-4}) 8,3 \cdot 10^8}{4,32 \cdot 10^3}$

b) $\frac{(12,5 \cdot 10^7 - 8 \cdot 10^9)(3,5 \cdot 10^{-5} + 185)}{9,2 \cdot 10^6}$

c) $\frac{5,431 \cdot 10^3 - 6,51 \cdot 10^4 + 385 \cdot 10^2}{8,2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-4}}$

a) $1,41 \cdot 10^2$ b) $-1,58 \cdot 10^5$ c) $-2,65 \cdot 10^6$

32 Ordena de mayor a menor los números de cada apartado. Para ello, pasa a notación científica los que no lo estén:

a) $3,27 \cdot 10^{13}$; $85,7 \cdot 10^{12}$; $453 \cdot 10^{11}$

b) $1,19 \cdot 10^{-9}$; $0,05 \cdot 10^{-7}$; $2000 \cdot 10^{-12}$

a) $8,57 \cdot 10^{13} > 4,53 \cdot 10^{13} > 3,27 \cdot 10^{13}$

b) $5 \cdot 10^{-9} > 2 \cdot 10^{-9} > 1,19 \cdot 10^{-9}$

33 Efectúa: $\frac{2 \cdot 10^{-7} - 3 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 10^6 + 10^5}$

$-7,268 \cdot 10^{-12}$

34 Expresa en notación científica y calcula: $\frac{60\,000^3 \cdot 0,00002^4}{100^2 \cdot 72\,000\,000 \cdot 0,0002^5}$

$\frac{(6 \cdot 10^4)^3 \cdot (2 \cdot 10^{-5})^4}{10^4 \cdot 7,2 \cdot 10^7 \cdot (2 \cdot 10^{-4})^5} = 150$

35 Considera los números: $A = 3,2 \cdot 10^7$; $B = 5,28 \cdot 10^4$ y $C = 2,01 \cdot 10^5$

Calcula $\frac{B + C}{A}$.

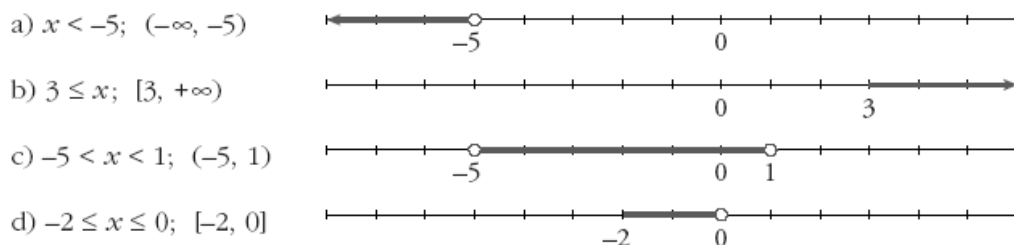
$0,00793125 = 7,93125 \cdot 10^{-3}$

- 36 Si $A = 3,24 \cdot 10^6$; $B = 5,1 \cdot 10^{-5}$; $C = 3,8 \cdot 10^{11}$ y $D = 6,2 \cdot 10^{-6}$, calcula $\left(\frac{A}{B} + C\right) \cdot D$.
 $2\,749\,882,353 \approx 2,7499 \cdot 10$

Intervalos y valor absoluto

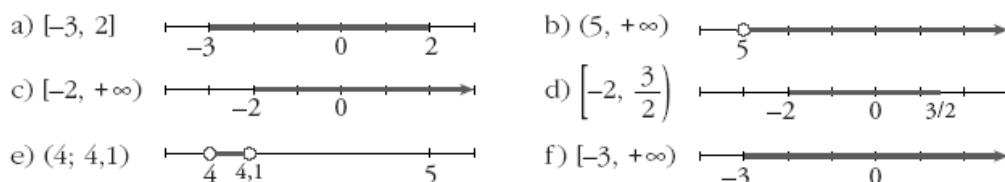
- 37 Expresa como desigualdad y como intervalo y represéntalos:

- a) x es menor que -5 .
b) 3 es menor o igual que x .
c) x está comprendido entre -5 y 1 .
d) x está entre -2 y 0 , ambos incluidos.



- 38 Representa gráficamente y expresa como intervalos estas desigualdades:

- a) $-3 \leq x \leq 2$ b) $5 < x$ c) $x \geq -2$
d) $-2 \leq x < 3/2$ e) $4 < x < 4,1$ f) $-3 \leq x$



- 39 Escribe la desigualdad que verifica todo número x que pertenece a estos intervalos:

- a) $[-2, 7]$ b) $[13, +\infty)$ c) $(-\infty, 0)$
d) $(-3, 0]$ e) $[3/2, 6)$ f) $(-\infty, +\infty)$
a) $-2 \leq x \leq 7$ b) $x \geq 13$ c) $x < 0$
d) $-3 < x \leq 0$ e) $\frac{3}{2} \leq x < 6$ f) $-\infty < x < +\infty$

- 40 Expresa como intervalo la parte común de cada pareja de intervalos $(A \cap B)$ e $(I \cap J)$:

- a) $A = [-3, 2]$; $B = [0, 5]$ b) $I = [2, \infty)$; $J = (0, 10)$
a) $[0, 2]$ b) $[2, 10]$

41 Escribe en forma de intervalos los números que verifican estas desigualdades:

a) $x < 3$ y $x \geq 5$

b) $x > 0$ y $x < 4$

c) $x \leq -1$ y $x > 1$

d) $x < 3$ y $x \leq -2$

☛ *Represéntalos gráficamente, y si son dos intervalos separados, como en a), escribe: $(-\infty, 3) \cup [5, +\infty)$*

a) $(-\infty, 3) \cup [5, \infty)$

b) $(0, 4)$

c) $(-\infty, -1] \cup (1, \infty)$

d) $(-\infty, -2]$

42 Expresa, en forma de intervalo, los números que cumplen cada una de estas expresiones:

a) $|x| < 7$

b) $|x| \geq 5$

c) $|2x| < 8$

d) $|x-1| \leq 6$

e) $|x+2| > 9$

f) $|x-5| \geq 1$

a) $|x| < 7 \rightarrow -7 < x < 7 \rightarrow$ Intervalo $(-7, 7)$.

b) $|x| \geq 5 \rightarrow x \leq -5$ ó $x \geq 5 \rightarrow (-\infty, -5] \cup [5, +\infty)$.

c) $|2x| < 8 \rightarrow |x| < 4 \rightarrow -4 < x < 4 \rightarrow$ Intervalo $(-4, 4)$.

d) $|x-1| \leq 6 \rightarrow -5 \leq x \leq 7 \rightarrow$ Intervalo $[-5, 7]$.

e) $|x+2| > 9 \rightarrow x < -11$ ó $x > 7 \rightarrow (-\infty, -11) \cup [7, +\infty)$.

f) $|x-5| \geq 1 \rightarrow x \leq 4$ ó $x \geq 6 \rightarrow (-\infty, 4] \cup [6, +\infty)$.

43 Averigua qué valores de x cumplen:

a) $|x-2| = 5$

b) $|x-4| \leq 7$

c) $|x+3| \geq 6$

a) 7 y -3

b) $-3 \leq x \leq 11$; $[-3, 11]$

c) $x \leq -9$ y $x \geq 3$; $(-\infty, -9) \cup [3, \infty)$

44 Escribe, mediante intervalos, los valores que puede tener x para que se pueda calcular la raíz en cada caso:

a) $\sqrt{x-4}$

b) $\sqrt{2x+1}$

c) $\sqrt{-x}$

d) $\sqrt{3-2x}$

e) $\sqrt{-x-1}$

f) $\sqrt{1+\frac{x}{2}}$

a) $x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$; $[4, +\infty)$

b) $2x+1 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq -1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$; $[-\frac{1}{2}, +\infty)$

c) $-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$; $(-\infty, 0]$

$$d) 3 - 2x \geq 0 \Rightarrow 3 \geq 2x \Rightarrow x \leq \frac{3}{2}; \left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$$

$$e) -x - 1 \geq 0 \Rightarrow -1 \geq x; (-\infty, -1]$$

$$f) 1 + \frac{x}{2} \geq 0 \Rightarrow 2 + x \geq 0 \Rightarrow x \geq -2; [-2, +\infty)$$

45 Halla la distancia entre los siguientes pares de números:

a) 7 y 3 b) 5 y 11 c) -3 y -9 d) -3 y 4

a) $d(7, 3) = |7 - 3| = 4$

b) $d(5, 11) = |11 - 5| = 6$

c) $d(-3, -9) = |-9 - (-3)| = 6$

d) $d(-3, 4) = |4 - (-3)| = 7$

46 Expresa como un único intervalo:

a) $(1, 6] \cup [2, 5)$

b) $[-1, 3) \cup (0, 3]$

c) $(1, 6] \cap [2, 7)$

d) $[-1, 3) \cap (0, 4)$

a) $(1, 6] \cup [2, 5) = (1, 6]$

b) $[-1, 3) \cup (0, 3] = [-1, 3]$

c) $(1, 6] \cap [2, 7) = [2, 6]$

d) $[-1, 3) \cap (0, 4) = (0, 3)$

Logaritmos

47 Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$

b) $\log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1$

a) $6 - 2 - 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

b) $-5 - 3 - 0 = -8$

48 Calcula la base de estos logaritmos:

a) $\log_x 125 = 3$

b) $\log_x \frac{1}{9} = -2$

a) $x^3 = 125; x = 5$

b) $x^{-2} = \frac{1}{9}; x = 3$

49 Calcula el valor de x en estas igualdades:

a) $\log 3^x = 2$

b) $\log x^2 = -2$

c) $7^x = 115$

d) $5^{-x} = 3$

a) $x = \frac{2}{\log 3} = 4,19$

b) $2 \log x = -2; x = \frac{1}{10}$

c) $x = \frac{\log 115}{\log 7} = 2,438$

d) $x = -\frac{\log 3}{\log 5} = -0,683$

50 Halla con la calculadora y comprueba el resultado con la potenciación.

a) $\log \sqrt{148}$

b) $\log 2,3 \cdot 10^{11}$

c) $\log 7,2 \cdot 10^{-5}$

d) $\log_3 42,9$

e) $\log_5 1,95$

f) $\log_2 0,034$

a) 1,085

b) $\ln(2,3 \cdot 10^{11}) \approx 26,161 \rightarrow e^{26,161} \approx 2,3 \cdot 10^{11}$

c) $\ln(7,2 \cdot 10^{-5}) \approx -9,539 \rightarrow e^{-9,539} \approx 7,2 \cdot 10^{-5}$

d) 3,42

e) 0,41

f) -4,88

51 Halla el valor de x en estas expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos:

a) $\log x = \log 17 + \log 13$

b) $\ln x = \ln 36 - \ln 9$

c) $\ln x = 3 \ln 5$

d) $\log x = \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$

e) $\log x = 4 \log 2 - \frac{1}{2} \log 25$

☛ **Logaritmo de un producto:** $\ln x = \ln(17 \cdot 13)$

a) $\ln x = \ln 17 + \ln 13 \rightarrow x = 17 \cdot 13 = 221 \rightarrow x = 221$

b) $\log x = \log \frac{36}{9} \rightarrow x = \frac{36}{9} = 4$

c) $\ln x = 3 \ln 5 \rightarrow x = 5^3 = 125 \rightarrow x = 125$

d) $\log x = \log \frac{12 \cdot 25}{6^2} \rightarrow x = \frac{25}{3}$

e) $\ln x = 4 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 25 \rightarrow \ln x = \ln 2^4 - \ln 25^{1/2} \rightarrow$

$\rightarrow \ln x = \ln 16 - \ln 5 \rightarrow \ln x = \ln \frac{16}{5} \rightarrow x = \frac{16}{5}$

- 52 Sabiendo que $\log 3 = 0,477$, calcula el logaritmo decimal de 30; 300; 3 000; 0,3; 0,03; 0,003.

$$\log 30 = \log (3 \cdot 10) = \log 3 + \log 10 = 0,477 + 1 = 1,477$$

$$\log 300 = \log (3 \cdot 10^2) = \log 3 + 2 \log 10 = 2,477$$

$$\log 3\,000 = 0,477 + 3 = 3,477$$

$$\log 0,3 = \log (3 \cdot 10^{-1}) = 0,477 - 1 = -0,523$$

$$\log 0,03 = \log (3 \cdot 10^{-2}) = 0,477 - 2 = -1,523$$

$$\log 0,003 = 0,477 - 3 = -2,523$$

- 53 Sabiendo que $\log k = 14,4$, calcula el valor de las siguientes expresiones:

a) $\log \frac{k}{100}$ b) $\log 0,1 k^2$ c) $\log \sqrt[3]{\frac{1}{k}}$ d) $(\log k)^{1/2}$

a) $\log k - \log 100 = 14,4 - 2 = 12,4$

b) $\log 0,1 + 2 \log k = -1 + 2 \cdot 14,4 = 27,8$

c) $\frac{1}{3} (\log 1 - \log k) = -\frac{1}{3} \cdot 14,4 = -4,8$

d) $(14,4)^{1/2} = \sqrt{14,4} = 3,79$

- 54 Calcula la base de cada caso:

a) $\log_x 1/4 = 2$ b) $\log_x 2 = 1/2$ c) $\log_x 0,04 = -2$ d) $\log_x 4 = -1/2$

☛ Aplica la definición de logaritmo y las propiedades de las potencias para despejar x .

En c), $x^{-2} = 0,04 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{100}$.

a) $x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{1}{2}$

b) $x^{1/2} = 2 \rightarrow x = 4$

c) $x^{-2} = 0,04 \rightarrow x = 5$

d) $x^{-1/2} = 4 \rightarrow x = \frac{1}{16}$

- 55 Halla el valor de x que verifica estas igualdades:

a) $3^x = 0,005$

b) $0,8^x = 17$

c) $e^x = 18$

d) $1,5^x = 15$

e) $0,5^x = 0,004$

f) $e^x = 0,1$

a) $x = \frac{\log 0,005}{\log 3} = -4,82$

b) $x = \frac{\log 17}{\log 0,8} = -12,70$

c) $e^x = 18 \rightarrow x = \ln 18 \simeq 2,89 \rightarrow x \simeq 2,89$

d) $x = \frac{\log 15}{\log 1,5} = 6,68$

$$e) x = \frac{\log 0,004}{\log 0,5} = 7,97$$

$$f) e^x = 0,1 \rightarrow x = \ln 0,1 \simeq -2,30 \rightarrow x \simeq -2,30$$

56 Calcula x para que se cumpla:

$$a) x^{2,7} = 19 \qquad b) \log_7 3x = 0,5 \qquad c) 3^{2+x} = 172$$

$$a) \log x^{2,7} = \log 19 \Rightarrow 2,7 \log x = \log 19 \Rightarrow \log x = \frac{\log 19}{2,7} = 0,47$$

$$x = 10^{0,47} = 2,98$$

$$b) 7^{0,5} = 3x \Rightarrow x = \frac{7^{0,5}}{3} = 0,88$$

$$c) \log 3^{2+x} = \log 172 \Rightarrow (2+x) \log 3 = \log 172 \Rightarrow 2+x = \frac{\log 172}{\log 3}$$

$$x = \frac{\log 172}{\log 3} - 2 = 2,685$$

57 Si $\log k = x$, escribe en función de x :

$$a) \log k^2 \qquad b) \log \frac{k}{100} \qquad c) \log \sqrt{10k}$$

$$a) 2 \log k = 2x$$

$$b) \log k - \log 100 = x - 2$$

$$c) \frac{1}{2} \log 10k = \frac{1}{2} (1+x)$$

58 Comprueba que $\frac{\log (1/a) + \log \sqrt{a}}{\log a^3} = -\frac{1}{6}$ (siendo $a \neq 1$).

$$\frac{-\log a + 1/2 \log a}{3 \log a} = \frac{-1/2 \log a}{3 \log a} = -\frac{1}{6}$$

Ha de ser $a \neq 1$ para que $\log a \neq 0$ y podamos simplificar.

Problemas aritméticos

59 Una parcela de 45 m de ancho y 70 m de largo cuesta 28 350 €. ¿Cuánto costará otra parcela de terreno de igual calidad de 60×50 m?

☛ *Calcula cuánto cuesta un metro cuadrado.*

Hallamos primero el precio del metro cuadrado:

$$45 \cdot 70 = 3\,150 \text{ m}^2 \text{ tiene la primera parcela}$$

$$28\,350 : 3\,150 = 9 \text{ € cuesta } 1 \text{ m}^2$$

La segunda parcela tiene como superficie: $60 \cdot 50 = 3\,000 \text{ m}^2$

Por tanto, costará: $3\,000 \cdot 9 = 27\,000 \text{ €}$

- 60 Tres informáticos, trabajando 8 horas diarias, hacen un trabajo en 15 días. ¿Cuánto tardarán en hacer ese mismo trabajo 5 informáticos en jornadas de 9 horas?

☛ *¿Cuántas horas lleva hacer todo el trabajo?*

$3 \cdot 8 \cdot 15 = 360$ horas lleva hacer todo el trabajo.

Trabajando $5 \cdot 9 = 45$ horas diarias, se tardará: $360 : 45 = 8$ días.

- 61 Tres empresas invierten 1, 4 y 5 millones de euros, respectivamente, en un negocio que produce, al cabo de un año, 1 800 000 € de beneficio. ¿Cómo se repartirán estos beneficios?

☛ *¿Cuántos millones se han invertido en total? ¿Qué beneficio corresponde a cada millón invertido?*

En total se han invertido $1 + 4 + 5 = 10$ millones de euros.

El beneficio que le corresponde a cada millón invertido será:

$$1\,800\,000 : 10 = 180\,000 \text{ €}$$

Por tanto, se repartiría así:

- Primera empresa $\rightarrow 180\,000 \text{ €}$
- Segunda empresa $\rightarrow 4 \cdot 180\,000 = 720\,000 \text{ €}$
- Tercera empresa $\rightarrow 5 \cdot 180\,000 = 900\,000 \text{ €}$

- 62 Tres socios aportan 4, 6 y 12 millones, respectivamente, para montar un negocio con la idea de mantenerlo abierto las 24 horas del día. Para compensar las diferencias en la inversión, deciden distribuir las horas de trabajo en relación inversa al dinero aportado. ¿Cuántas horas diarias debe atender el negocio cada uno?

- Primer socio $\rightarrow$ aporta 4 millones $\rightarrow$ trabajará x horas
- Segundo socio $\rightarrow$ aporta 6 millones $\rightarrow$ trabajará y horas
- Tercer socio $\rightarrow$ aporta 12 millones $\rightarrow$ trabajará z horas

Como el tercero aporta el triple que el primero, trabajará la tercera parte:

$$z = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 3z$$

Como el tercero aporta el doble que el segundo, trabajará la mitad:

$$z = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 2z$$

Además: $x + y + z = 24$

$$3z + 2z + z = 24 \Rightarrow 6z = 24 \Rightarrow z = 4, y = 8, x = 12$$

El primero trabajará 12 horas, el segundo 8 horas y el tercero 4 horas.

- 63 Dos poblaciones A y B distan 350 km. A la misma hora sale un autobús de A hacia B a una velocidad de 80 km/h y un turismo de B hacia A a 120 km/h. ¿Cuándo se cruzarán?

☛ Se aproximan a $80 + 120 = 200$ km/h. ¿Cuánto tardarán en recorrer los 350 km a esa velocidad?

Si se aproximan a $80 + 120 = 200$ km/h, en recorrer 350 km tardarán:

$$t = \frac{350}{200} = 1,75 \text{ horas} = 1 \text{ hora y } 45 \text{ minutos}$$

- 64 Un automóvil tarda 3 horas en ir de A a B y otro tarda 5 horas en ir de B a A. Calcula el tiempo que tardarán en encontrarse si salen simultáneamente cada uno de su ciudad.

☛ ¿Qué fracción de la distancia AB recorre cada uno en una hora? ¿Y entre los dos?

El primero recorre $\frac{1}{3}$ del camino en 1 hora.

El segundo recorre $\frac{1}{5}$ del camino en 1 hora.

Entre los dos recorren: $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$ del camino en 1 hora.

Tardarán $\frac{15}{8}$ h = 1 h 52' 30" en encontrarse.