

Problema 1 Calcular el dominio de las siguientes funciones

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 5x - 14}{x^2 - 2x - 3}}, \quad g(x) = \frac{x^2 + 1 - \sqrt{x + 3}}{x^2 - 16}$$

Solución:

$$\text{Dom}(f) = (-\infty, -7] \cup (-1, 2] \cup (3, +\infty)$$

$$\text{Dom}(g) = [-3, 4) \cup (4, +\infty)$$

Problema 2 Calcular los puntos de corte con los ejes coordenados de la función:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 35}{x + 7}$$

Solución:

Con OY hacemos $x = 0 \implies (0, -5)$. Con OX hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 + 2x - 35 = 0 \implies (5, 0)$ la solución $x = -7$ no vale porque anula el denominador.

Problema 3 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 8x - 5}{12x^2 + 3}$
2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 + 5x^2 - 9x + 1}{x^3 + 3x^2 - 5x + 1}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 1}{3x} \right)^x$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 8x - 5}{12x^2 + 3} = \frac{1}{4}$
2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 + 5x^2 - 9x + 1}{x^3 + 3x^2 - 5x + 1} = \frac{5}{2}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 1}{3x} \right)^x = e^{1/3}$

Problema 4 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y = (x^2 + 8)(x^3 + x^2 - 1)$
2. $y = (x^2 + x - 1)^{36}$

$$3. y = e^{x^2-3x+8}$$

$$4. y = \ln(3x^3 + 2x^2 - 1)$$

$$5. y = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 2}$$

Solución:

$$1. y = (x^2 + 8)(x^3 + x^2 - 1) \implies y' = 2x(x^3 + x^2 - 1) + (x^2 + 8)(3x^2 + 2x)$$

$$2. y = (x^2 + x - 1)^{36} \implies y' = 36(x^2 + x - 1)^{35}(2x + 1)$$

$$3. y = e^{x^2-3x+8} \implies y' = (2x - 3)e^{x^2-3x+8}$$

$$4. y = \ln(3x^3 + 2x^2 - 1) \implies y' = \frac{3x^2 + 4x}{3x^3 + 2x^2 - 1}$$

$$5. y = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 2} \implies y' = \frac{2x(x^2 - 2) - (x^2 + 5)2x}{(x^2 - 2)^2}$$

Problema 5 Calcular las rectas tangente y normal a la función $f(x) = \frac{3x-1}{2x+3}$ en el punto cuya abscisa es $x = 1$.

Solución:

$$b = f(1) = \frac{2}{5}, \quad f'(x) = \frac{11}{(2x+3)^2}, \quad m = f'(1) = \frac{11}{25}$$

Luego la recta tangente es

$$y - \frac{2}{5} = \frac{11}{25}(x - 1)$$

y la recta normal es

$$y - \frac{2}{5} = -\frac{25}{11}(x - 1)$$