

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{2x - 18}{(x + 1)^2}$$

Se pide:

- a) Calcular su dominio.
- b) Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- c) Calcular su signo.
- d) Calcular su simetría.
- e) Calcular sus asíntotas.
- f) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- g) Estudiar su curvatura.
- h) Representación gráfica.
- i) Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 1$.

Solución:

- a) Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$
- b) Puntos de Corte
 - Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies x = 9 \implies (9, 0)$.
 - Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = -18 \implies (0, -18)$.
- c)

	$(-\infty, 9)$	$(9, +\infty)$
signo	$-$	$+$

- d) $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$ No hay simetría.
- e) Asíntotas:

- **Verticales:** $x = -1$:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x - 18}{(x + 1)^2} = \left[\frac{-19}{0^+} \right] = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x - 18}{(x + 1)^2} = \left[\frac{-19}{0^+} \right] = -\infty$$

- **Horizontales:** $y = 0$ ya que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 18}{(x + 1)^2} = 0$

- **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f) $f'(x) = -\frac{2(x - 19)}{(x + 1)^3} = 0 \implies x = 19$:

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 19)$	$(19, +\infty)$
$f'(x)$	$-$	$+$	$-$
$f(x)$	decreciente	creciente	decreciente

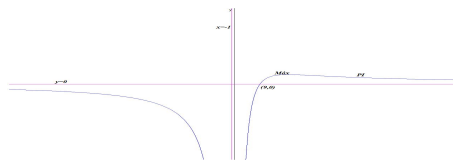
La función es creciente en los intervalos $(-1, 19)$ y decreciente en $(-\infty, -1) \cup (19, \infty)$, presenta un máximo en el $(19, 1/20)$.

g) $f''(x) = \frac{4(x - 29)}{(x + 1)^4} = 0 \implies x = 29$.

	$(-\infty, 29)$	$(29, +\infty)$
$f''(x)$	$-$	$+$
$f(x)$	convexa	cóncava

La función es convexa en $(-\infty, -1) \cup (-1, 29)$ y cóncava en $(29, +\infty)$
 Tiene el punto de Inflexión: $\left(29, -\frac{2}{45}\right)$.

h) Representación:



i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$:



Como $f(1) = -4$ las rectas pasan por el punto $(1, -4)$.

Como $m = f'(1) = \frac{9}{2}$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y + 4 = \frac{9}{2}(x - 1)$$

$$\text{Recta Normal : } y + 4 = -\frac{2}{9}(x - 1)$$