

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3}$$

Se pide:

- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 2$.

Solución:

a) Asíntotas:

■ **Verticales:** $x = -3$ ya que $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} = \pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} = \left[\frac{8}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} = \left[\frac{8}{0^+} \right] = +\infty$$

■ **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} = \infty$$

■ **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 + 3x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 3x - 10}{x + 3} - x \right) = -6$$

$y = x$

b) $f'(x) = \frac{x^2 + 6x + 1}{(x + 3)^2} = 0 \implies x = -0,17, \quad x = -5,83$

	$(-\infty; -5,83)$	$(-5,83; -0,17)$	$(-0,17; +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

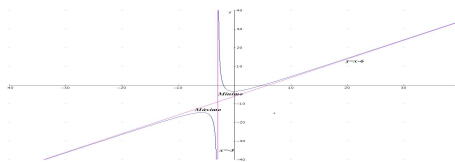
La función es creciente en: $(-\infty; -5,83) \cup (-0,17; +\infty)$

La función es decreciente en: $(-5,83; -0,17)$

La función tiene un máximo en: $(-5,83; -14,67)$

La función tiene un mínimo en: $(-0,17; -3,43)$

c) Representación:



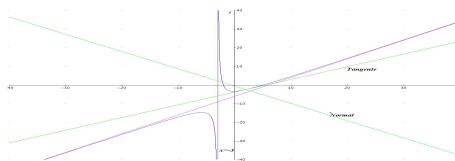
d) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$:

Como $f(2) = -12/5$ las rectas pasan por el punto $(2, -12/5)$.

Como $m = f'(2) = 17/25$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y + \frac{12}{5} = \frac{17}{25}(x - 2)$$

$$\text{Recta Normal : } y + \frac{12}{5} = -\frac{25}{17}(x - 2)$$



Problema 2 Calcular las siguientes integrales

a) $\int (5x^7 - 2x^3 - 3) dx$

b) $\int \frac{3x^3 + 5x^2 - 4}{x} dx$

$$\text{c) } \int \left(\frac{5x^2 - 3x + 2}{x^3} - 7e^x \right) dx$$

$$\text{d) } \int \left(\frac{3x^2 - 5x + 1}{x^2} - 6e^x \right) dx$$

$$\text{e) } \int \left(\frac{2x^5 + \sqrt[5]{x^4} - 3x^2}{x^3} - 3e^x \right) dx$$

Solución:

$$\text{a) } \int (5x^7 - 2x^3 - 3) dx = \frac{5x^8}{8} - \frac{x^4}{2} - 3x + C$$

$$\text{b) } \int \frac{3x^3 + 5x^2 - 4}{x} dx = x^3 + \frac{5x^2}{2} - 4 \ln |x| + C$$

$$\text{c) } \int \left(\frac{5x^2 - 3x + 2}{x^3} - 7e^x \right) dx = \frac{3}{x} - x^{-2} + 5 \ln |x| - 7e^x + C$$

$$\text{d) } \int \left(\frac{3x^2 - 5x + 1}{x^2} - 6e^x \right) dx = 3x - \frac{1}{x} - 5 \ln |x| - 6e^x + C$$

$$\text{e) } \int \left(\frac{2x^5 + \sqrt[5]{x^4} - 3x^2}{x^3} - 3e^x \right) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{4x^{-3/4}}{3} - 3 \ln |x| - 3e^x + C$$