

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 21}{x - 2}$$

Se pide:

- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 1$.

Solución:

- a) Asíntotas:

■ **Verticales:** $x = 2$ ya que $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x - 21}{x - 2} = \pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4x - 21}{x - 2} = \left[\frac{-25}{0^-} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4x - 21}{x - 2} = \left[\frac{-25}{0^+} \right] = -\infty$$

■ **Horizontales:** No hay ya que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x - 21}{x - 2} = \infty$

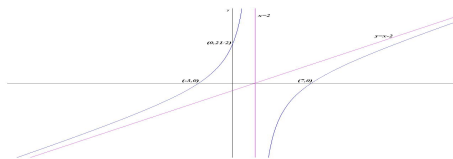
■ **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x - 21}{x^2 - 2x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 4x - 21}{x - 2} - x \right) = -2$$

$$y = x - 2$$

- b) $f'(x) = -\frac{x^2 - 4x + 29}{(x - 2)^2} \neq 0 \implies$ No hay extremos y la función es creciente en $\mathbb{R} - \{\pm 2\}$.



c) Representación:

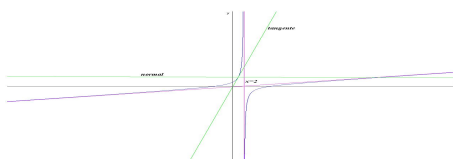
d) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$:

Como $f(1) = 24$ las rectas pasan por el punto $(1, 24)$.

Como $m = f'(1) = 26$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y - 24 = 26(x - 1)$$

$$\text{Recta Normal : } y - 24 = -\frac{1}{26}(x - 1)$$



Problema 2 Calcular las siguientes integrales

$$\text{a) } \int (7x^3 + 4x^2 - 1) dx = \frac{7x^4}{4} + \frac{4x^3}{3} - x + C$$

$$\text{b) } \int \frac{2x^3 - 3x^2 + 5}{x} dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 5 \ln |x| + C$$

$$\text{c) } \int \left(\frac{7x^3 + 5x^2 - 3}{x^3} - 5e^x \right) dx = 7x + 5 \ln x + \frac{3x^{-2}}{2} - 5e^x + C$$

$$\text{d) } \int \left(\frac{4x^2 + 7x - 3}{x^2} + 8e^x \right) dx = 4x + 7 \ln |x| + \frac{3}{x} + 8e^x + C$$

$$\text{e) } \int \left(\frac{2x^3 + \sqrt[6]{x^5} + 3x^2}{x^3} - 5e^x \right) dx = 2x - \frac{6x^{-7/6}}{7} + 3 \ln |x| - 5e^x + C$$