

Problema 1 Calcular las siguientes integrales:

1. $\int \frac{3x^3 + 4x^2 - x}{x^2} dx$

2. $\int \frac{5x}{x^2 + 1} dx$

3. $\int 8x^2 e^{x^3+5} dx$

4. $\int 5x(2x^2 - 3)^{10} dx$

Solución:

1. $\int \frac{3x^3 + 4x^2 - x}{x^2} dx = \frac{3x^2}{2} + 4x - \ln|x| + C$

2. $\int \frac{5x}{x^2 + 1} dx = \frac{5}{2} \ln|x^2 + 1| + C$

3. $\int 8x^2 e^{x^3+5} dx = \frac{8}{3} e^{x^3+5} + C$

4. $\int 5x(2x^2 - 3)^{10} dx = \frac{5(2x^2 - 3)^{11}}{44} + C$

Problema 2 Calcular el área encerrada por las gráficas de las funciones $f(x) = 3x^2 + 8x - 12$ y $g(x) = x^2 + 2x + 8$.

Solución:

$$f(x) = g(x) \implies 3x^2 + 8x - 12 = x^2 + 2x + 8 \implies x = -5, \quad x = 2$$

$$F(x) = \int (f(x) - g(x)) dx = \int (2x^2 + 6x - 20) dx = \frac{2x^3}{3} + 3x^2 - 20x$$

$$S_1 = \int_{-5}^2 (f(x) - g(x)) dx = F(2) - f(-5) = -\frac{343}{3} \implies S = \frac{343}{3} u^2$$

Problema 3 Calcular el área encerrada por la gráfica de la función $f(x) = x^3 + 3x^2 - 10x$ el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = 3$.

Solución:

$$f(x) = 0 \implies x^3 + 3x^2 - 10x = 0 \implies x = 0, \quad x = -5, \quad x = 2$$

Luego tenemos dos áreas. S_1 en $[0, 2]$ y S_2 en $[2, 3]$

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (x^3 + 3x^2 - 10x) dx = \frac{x^4}{4} + x^3 - 5x^2$$

$$S_1 = \int_0^2 f(x) dx = F(2) - f(0) = -8 \quad S_2 = \int_2^3 f(x) dx = F(3) - f(2) = \frac{41}{4}$$

$$S = |S_1| + |S_2| = |-8| + \left| \frac{41}{4} \right| = \frac{73}{4} u^2$$

Problema 4 Calcular la primera derivada de las siguientes funciones:

$$1. y = \ln \left(\frac{3x^2 - 8}{x + 5} \right)$$

$$2. y = e^{x^2-1}(x^2 + 7)$$

$$3. y = \frac{e^x}{x^3 - 3}$$

$$4. y = e^{x+1}(x^2 + 2)$$

Solución:

$$1. y = y = \ln \left(\frac{3x^2 - 8}{x + 5} \right) = \ln(3x^2 - 8) - \ln(x + 5) \implies$$

$$y' = \frac{6x}{3x^2 - 8} - \frac{1}{x + 5}$$

$$2. y = e^{x^2-1}(x^2 + 7) \implies y' = 2xe^{x^2-1}(x^2 + 7) + e^{x^2-1}2x$$

$$3. y = \frac{e^x}{x^3 - 3} \implies y' = \frac{e^x(x^3 - 3) - 3x^2 e^x}{(x^3 - 3)^2}$$

$$4. y = e^{x+1}(x^2 + 2) \implies y' = e^{x+1}(x^2 + 2) + 2xe^{x+1}$$

Problema 5 Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1} \right)^{2x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x^2 - 3} - \sqrt{9x + 2}}{x - 5}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1} \right)^{2x} = e^{-2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x^2 - 3} - \sqrt{9x + 2}}{x - 5} = \frac{11\sqrt{47}}{94}$$