

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^3 - x^2 + 2x + 1}{3x^3 - 4x^2 + 7}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{3x^2 + 5x - 2} \right)^{x^2+6}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 5} \right)^{3x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^3 + x - 1}}{x^2 + x - 6}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{8x^4 - 3x^2 - 4x - 1}{4x^5 - 5x + 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + x + 2}{x^3 - x^2 - x - 2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{8x - 5}}{x - 7}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 - 2} - \sqrt{4x + 3}}{x - 5}$$

Solución:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^3 - x^2 + 2x + 1}{3x^3 - 4x^2 + 7} = 5$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{3x^2 + 5x - 2} \right)^{x^2+6} = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 5} \right)^{3x} = e^{-3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^3 + x - 1}}{x^2 + x - 6} = 0$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{8x^4 - 3x^2 - 4x - 1}{4x^5 - 5x + 1} = \frac{22}{15}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + x + 2}{x^3 - x^2 - x - 2} = \frac{1}{7}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{8x - 5}}{x - 7} = \frac{\sqrt{51}}{17}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 - 2} - \sqrt{4x + 3}}{x - 5} = \frac{3\sqrt{23}}{23}$$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

$$1. y = e^{5x^3 - 2x^2 - x - 1}$$

$$2. y = \ln(2x^3 - 3)$$

$$3. y = (x^2 - 3x + 1)^{17}$$

$$4. y = (x^2 - 2x + 1)(x^3 - x^2 + 2)$$

$$5. y = \frac{x^2 + 1}{7x - 1}$$

$$6. y = \ln \frac{x^2 + 8}{x^2 - 4}$$

Solución:

$$1. y = e^{5x^3 - 2x^2 - x - 1} \implies y' = (15x^2 - 4x - 1)e^{5x^3 - 2x^2 - x - 1}$$

$$2. y = \ln(2x^3 - 3) \implies y' = \frac{6x^2}{2x^3 - 3}$$

$$3. y = (x^2 - 3x + 1)^{17} \implies y' = 17(x^2 - 3x + 1)^{16}(2x - 3)$$

$$4. y = (x^2 - 2x + 1)(x^3 - x^2 + 2) \implies y' = (2x - 2)(x^3 - x^2 + 2) + (x^2 - 2x + 1)(3x^2 - 2x)$$

$$5. y = \frac{x^2 + 1}{7x - 1} \implies y' = \frac{(2x)(7x - 1) - (x^2 + 1)7}{(7x - 1)^2}$$

$$6. y = \ln \frac{x^2 + 8}{x^2 - 4} = \ln(x^2 + 8) - \ln(x^2 - 4) \implies y' = \frac{2x}{x^2 + 8} - \frac{2x}{x^2 - 4}$$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal en los siguientes casos:

$$1. \text{ a la función } f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 5} \text{ en el punto de abscisa } x = 2.$$

$$2. \text{ En este caso sólo la recta o rectas tangentes la función } f(x) = x^2 - x + 2 \text{ sabiendo que ésta o éstas son paralelas a la recta } y = 7x - 11.$$

Solución:

$$1. \quad f(2) = -\frac{4}{3}, f'(x) = \frac{x^2 - 10x + 3}{(x - 5)^2} \implies m = f'(2) = -\frac{13}{9}:$$

$$\text{Recta tangente : } y + \frac{4}{3} = -\frac{13}{9}(x - 2)$$

$$\text{Recta normal : } y + \frac{4}{3} = \frac{9}{13}(x - 2)$$

$$2. \quad m = f'(a) = 7:$$

$$f'(x) = 2x - 1 \implies m = f'(a) = 2a - 1 = 7 \implies a = 4$$

$$a = 4 \implies b = f(4) = 14 \implies y - 14 = 7(x - 4)$$