

- 1.- **(1 punto)** Calcula: a) $\left(5x^3 - \frac{y}{5}\right)^2$ b) $(\sqrt{x} + 3y) \cdot (\sqrt{x} - 3y)$

Solución:

$$a) \left(5x^3 - \frac{y}{5}\right)^2 = 25x^6 + \frac{y^2}{25} - 2x^3y \quad b) (\sqrt{x} + 3y) \cdot (\sqrt{x} - 3y) = x - 9y^2$$

- 2.- **(1 punto)** Calcula el cociente y el resto de la división $(2x^4 + x^2 - 3x + 2) : (x^2 + x - 1)$

Solución:

Cociente $C(x) = 2x^2 - 2x + 5$

Resto $R(x) = -10x + 7$

- 3.- **(1'5 puntos)** Calcula m de manera que el polinomio $P(x) = x^3 + mx^2 - 10x - 8m$ sea divisible entre $x + 2$
¿Cuáles son sus otros factores?

Solución:

	1	m	-10	-8m
-2		-2	-2m+4	4m+12
	1	$m-2$	-2m-6	-4m+12

Para que sea divisible $-4m + 12 = 0 \Rightarrow m = 3$

El polinomio sería entonces: $P(x) = x^3 + 3x^2 - 10x - 24$

Al hacer Ruffini salen como factores: $(x + 2)(x - 3)(x + 4)$

- 4.- **(1 punto)** Aplica el Teorema del Resto para razonar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

- a) Al dividir el polinomio $P(x) = x^3 - (m+1)x^2 - 3mx + 2$ entre $x+2$ el resto es $2m-10$
b) Los restos de dividir el polinomio $P(x) = x^5 - 6x^3 + 7x^2 - 13$ entre $x+1$ y $x-2$ son iguales

Solución:

a) $P(-2) = -8 - 4(m+1) + 6m + 2 = -8 - 4m - 4 + 6m + 2 = 2m - 10$, luego es verdadera

b) $P(-1) = -1 + 6 + 7 - 13 = -1$
 $P(2) = 32 - 48 + 28 - 13 = -1$

Luego también es verdadera

5.- **(1'5 puntos)** Calcula las raíces y el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los polinomios:

$$P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 4x - 4, \quad Q(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x$$

Solución:

Al descomponer los polinomios por Ruffini se obtiene:

$$P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 4x - 4 = (x + 2)^2 (2x - 1)$$

$$Q(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x = x(x + 2)(2x - 1)$$

Las raíces de P son $-2, \frac{1}{2}$

Las raíces de Q son $0, -2, \frac{1}{2}$

El máximo común divisor es: $(x + 2)(x - 1)$

El mínimo común múltiplo es: $x(x + 2)^2(x - 1)$

6.- **(2 puntos)** Opera y simplifica: $\left(\frac{x-1}{x+3} + \frac{x^2-1}{x^2+3x} - \frac{x+2}{x} \right) \cdot \left(2 - \frac{x-17}{x-7} \right)$

Solución:

El primer paréntesis:

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{x+3} + \frac{x^2-1}{x^2+3x} - \frac{x+2}{x} &= \frac{x(x-1) + x^2 - 1 - (x+3)(x+2)}{x(x+3)} = \\ &= \frac{x^2 - x + x^2 - 1 - x^2 - 3x - 2x - 6}{x(x+3)} = \frac{x^2 - 6x - 7}{x(x+3)} = \frac{(x+1)(x-7)}{x(x+3)} \end{aligned}$$

El segundo:

$$2 - \frac{x-17}{x-7} = \frac{2x-14-x+17}{x-7} = \frac{x+3}{x-7}$$

Luego el producto será: $\frac{(x+1)(x-7)}{x(x+3)} \cdot \frac{x+3}{x-7} = \frac{x+1}{x}$

7.- **(2 puntos)** Opera y simplifica: $\left[\frac{3x}{x-1} - \frac{3-9x}{x^2-4x+3} \right] : \frac{x+1}{x^2-9}$

Solución:

El corchete:

$$\begin{aligned} \frac{3x}{x-1} - \frac{3-9x}{x^2-4x+3} &= \frac{3x(x-3)-3+9x}{(x-1)(x-3)} = \frac{3x^2-9x-3+9x}{(x-1)(x-3)} = \frac{3x^2-3}{(x-1)(x-3)} = \\ &= \frac{3(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-3)} = \frac{3(x+1)}{x-3} \end{aligned}$$

Y al hacer la división y descomponer:

$$\frac{3(x+1)}{x-3} : \frac{x+1}{x^2-9} = \frac{3(x+1)(x+3)(x-3)}{(x-3)(x+1)} = 3(x+3)$$