

Problema 1. Se considera la región factible dada por el siguiente conjunto de restricciones:

$$\begin{aligned}x + y &\leq 5 \\x + 3y &\geq 9 \\x \geq 0, \quad y &\geq 0\end{aligned}$$

Representar la región factible que determina el sistema de inecuaciones anterior y hallar de forma razonada los vértices de la región factible.

Problema 2. Se dispone de 120 refrescos de cola con cafeína y de 180 refrescos de cola sin cafeína. Los refrescos se venden en paquetes de dos tipos. Los paquetes de tipo A contienen tres refrescos con cafeína y tres sin cafeína, y los de tipo B contienen dos con cafeína y cuatro sin cafeína. Plantea el conjunto de restricciones de este enunciado y calcular de forma razonada la región factible y los vértices de esta para repartir los refrescos en los dos tipos de paquetes.

Problema 3. El INSERSO debe organizar un viaje para 800 personas con cierta empresa que dispone de 16 autobuses de 40 plazas cada uno y 20 autobuses de 50 plazas cada uno. Plantea el conjunto de restricciones de este enunciado y halla la región factible y los vértices de esta, para averiguar el número adecuado de autobuses de cada tipo sabiendo que la empresa solo dispone de 18 conductores.

Problema 4. Una industria fabrica bolígrafos y plumas estilográficas. Las máquinas limitan la producción de manera que cada día no se pueden producir más de 200 bolígrafos ni más de 150 plumas estilográficas, y el total de la producción no puede superar las 250 unidades. La industria vende siempre toda la producción. Plantea el conjunto de restricciones de este enunciado y calcular de forma razonada la región factible y los vértices de esta para saber el posible número de bolígrafos y plumas que deben fabricarse diariamente.

Problema 5. Una fábrica produce lámparas y focos halógenos. La capacidad máxima diaria de fabricación es de 1000, entre lámparas normales y focos halógenos, si bien, no se pueden fabricar más de 800 lámparas normales ni más de 600 focos halógenos. Se sabe que la fábrica vende toda la producción. Plantea el conjunto de restricciones de este enunciado y calcular de forma razonada la región factible y los vértices de esta para saber el posible número de lámparas y focos halógenos que deben fabricarse diariamente.

Problema 6. Una empresa dispone de un máximo de 16.000 unidades de un producto que puede vender en unidades sueltas o en lotes de cuatro unidades. Para empaquetar un lote de cuatro unidades se necesita el triple de material que para empaquetar una unidad suelta. Si se dispone de material para empaquetar 15.000 unidades sueltas. Plantea el conjunto de restricciones de este enunciado y calcular de forma razonada la región factible y los vértices de esta para averiguar las posibles formas en las que deben repartirse el producto en lotes de 1 unidad y lotes de 4 unidades.

Solución

Es un problema de programación lineal

Llamamos x al número de lotes con una unidad e y al número de lotes con 4 unidades

Las restricciones son:

$$1x + 4y \leq 16000$$

$$1x + 3y \leq 15000$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Los vértices son $A(0, 4000)$, $B(12000, 1000)$ y $C(15000, 0)$

Problema 7. Una compañía fabrica y vende modelos de lámparas A y B. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo A y de 30 minutos para el modelo B; y un trabajo de máquina de 20 minutos para el modelo A y de 10 minutos para el modelo B. Se dispone para el trabajo manual de 6000 minutos al mes y para el de máquina de 4800 minutos al mes. Plantea el conjunto de restricciones de este enunciado y calcular de forma razonada la región factible y los vértices de esta para saber el posible número de lámparas A y B que deben fabricarse diariamente.

Solución

Es un problema de programación lineal

	nº	Manual	Máquina
A	x	20x	20x
B	y	30y	10y
		6000	4800

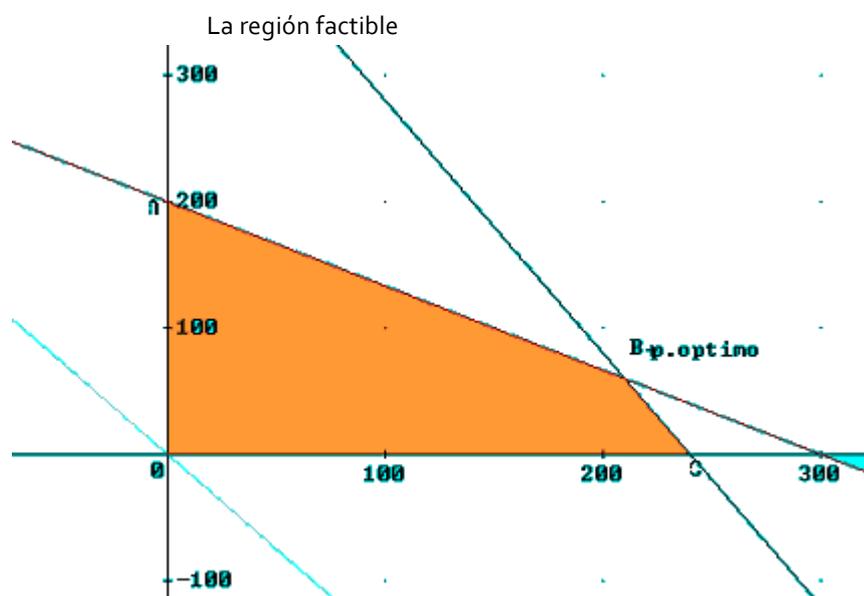
Restricciones

$$20x + 30y \leq 6000$$

$$20x + 10y \leq 4800$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$



Los vértices son A(0, 200), B(210, 60) y C(240, 0) y O(0,0)

Problema 8. Debo tomar al menos 60mg de vitamina A y al menos 90mg de vitamina B diariamente. En la farmacia puedo adquirir dos pastillas de marcas diferentes X e Y. Cada pastilla de la marca X contiene 10mg de vitamina A y 15mg de vitamina B, y cada pastilla de la marca Y contiene 10mg de cada vitamina. Además no es conveniente tomar más de 8 pastillas diarias. Plantea el conjunto de

Problemas de Sistemas de Inecuaciones lineales con dos incógnitas.

restricciones de este enunciado y calcular de forma razonada la región factible y los vértices de esta para saber el posible número de pastillas de marca X e Y que debe de tomar diariamente.

Problema 9. Un tren de mercancías puede arrastrar, como máximo, 27 vagones. En cierto viaje transporta coches y motocicletas. Para coches debe dedicar un mínimo de 12 vagones y para motocicletas no menos de la mitad que dedica a los coches. Plantea el conjunto de restricciones de este enunciado y calcular de forma razonada la región factible y los vértices de esta que indique las distintas formas de realizar el transporte según el número de vagones dedicados a coches y a motocicletas

Solución

Llamamos

x nº de vagones dedicados a coches

y nº de vagones dedicados a motocicletas

Las restricciones vienen dadas por:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 27 \\ x \geq 12 \\ y \geq \frac{x}{2} \end{cases}$$

Para calcular la región factible dibujamos las rectas auxiliares:

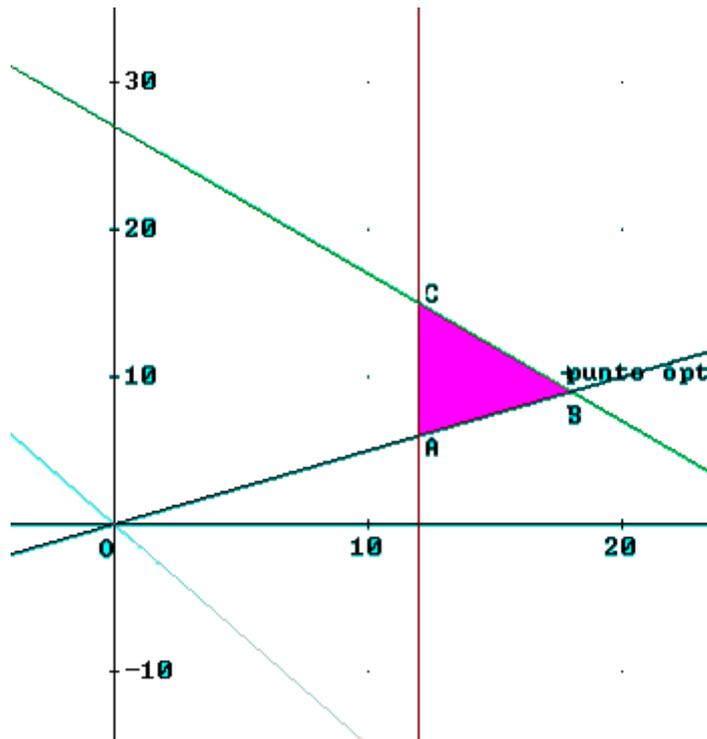
1) $x + y = 27$ (usamos los puntos de corte con los ejes $(0, 27)$ y $(27, 0)$) la solución de la inecuación es el semiplano inferior a la recta

2) $x = 12$ (paralela al eje de las Y que pasa por el $(12, 0)$) la solución es a la derecha del 12

3) $y = x/2$ (la dibujamos usando los puntos $(0, 0)$ y $(12, 6)$) la solución de la inecuación es el semiplano superior a la recta

Los vértices que se obtienen en este caso son: A(12, 6), B(18, 9) y C(12, 15), como se puede comprobar fácilmente

La región factible que resulta está coloreada en la figura:



Problema 10. Un banco dispone de 18 millones de euros para ofrecer préstamos de riesgo alto y medio. Sabiendo que se debe dedicar al menos 4 millones de euros a préstamos de riesgo medio y que el dinero invertido en alto y medio riesgo debe estar a lo sumo a razón de 4 a 5, determinar el conjunto de restricciones de este enunciado y calcular de forma razonada la región factible y los vértices de esta que nos indique las posibles formas de dedicar el dinero a préstamos de riesgo alto y de riesgo medio.

Solución

Sea x lo que dedica a préstamos de riesgo alto
y y lo que dedica a préstamos de riesgo medio.

Restricciones:

$$R \equiv \begin{cases} x + y \leq 18 \\ y \geq 4 \\ \frac{x}{y} \leq \frac{4}{5} \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Luego queremos hacer máxima la función objetivo en la región factible que nos dan las restricciones

Dibujamos la región factible:

Dibujamos las rectas auxiliares en el primer cuadrante, ya que tienen que ser valores positivos:

1) $x + y = 18$ (la solución la parte de abajo)

x	y
0	18
18	0

2) $y=4$ paralela al eje X (solución la parte de arriba)

3) $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$, es decir $5x=4y$, ó $5x-4y=0$, ($y=5x/4$) (solución la parte de arriba)

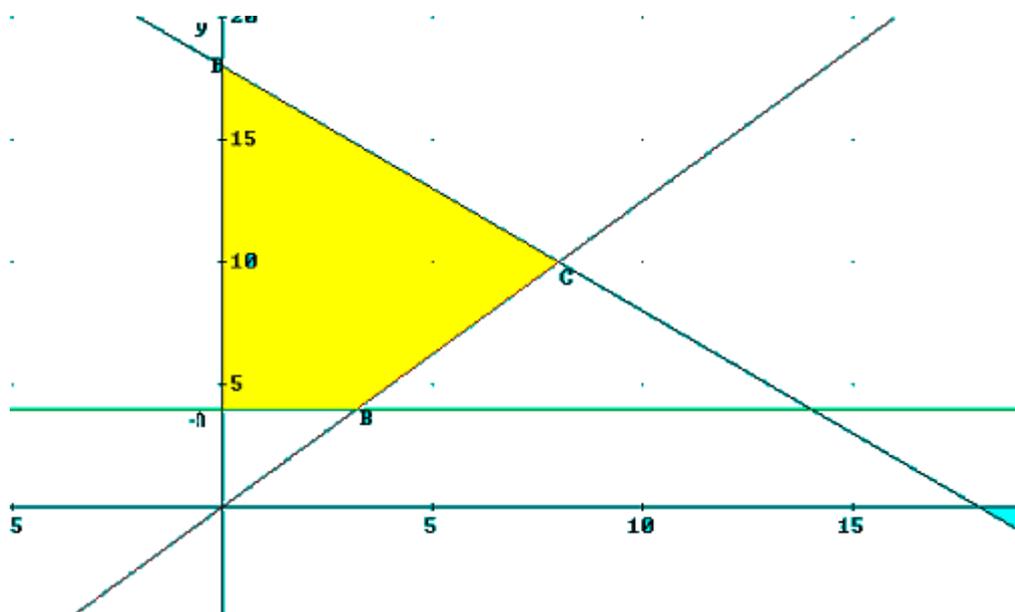
La región factible es lo relleno de amarillo en el dibujo(ver figura abajo)

Los vértices son : **A (0, 4)** [punto de intersección del eje Y, recta $x=0$, con $y=4$]

B(16/5, 4) [punto de intersección de las rectas $y=4$, $5x-4y=0$, que da $x=16/5$, $y=4$]

C(8, 10) [punto de intersección de las rectas $x+y=18$ y $5x-4y=0$, comprobarlo]

D (0, 18) [punto de intersección de la recta $5x-4y=0$ con el eje Y]



Problema 11. En una almacén de productos deportivos cuentan con 200 balones y 300 camisetas. Tras un estudio de mercado deciden poner las existencias a la venta en dos tipos de lotes. El número total de lotes no debe de superar los 110 y, en particular, el número máximo de lotes del primer tipo no debe superar los 60.

- Representa las distintas formas de elaborar los lotes
- Indica si cada una de las siguientes posibilidades verifican las condiciones:
 - 40 del primer tipo y 80 del segundo.
 - 40 del primer tipo y 70 del segundo.
 - 70 del primer tipo y ninguno del segundo

Problema 12. El tratamiento de una enfermedad requiere la administración de dos sustancias curativas, Ceprin y Dosina. Cada semana es preciso consumir por lo menos 30 mg de Ceprin y 42 mg de Dosina. Estas sustancias están incluidas en dos tipos de medicamentos diferentes, A y B de la forma siguiente:

En un comprimido A hay 3mg de Ceprin y 5 mg de Dosina.

En un comprimido B hay 1mg de Ceprin y 1 mg de Dosina.

- a) Representa gráficamente las posibles formas en que deben administrarse al paciente las dosis necesarias.
- b) Indica si las condiciones se verifican al tomar:
 - a. 1 comprimido de A cada día de la semana
 - b. 1 comprimido de B de lunes a viernes
 - c. 2 comprimidos de B los sábados y domingos

Problema 13. Una empresa produce dos tipos de artículos: móvil y Tablet, que tienen que pasar por la sección de acabado, A y por la de control, B. En la sección A se pueden acabar 3 móviles por cada Tablet, estando su capacidad máxima de producción en 270; pero en la sección B no se pueden comprobar más de 140 artículos. Representa gráficamente las posibles formas en que deben producirse los móviles y los tablets.

Problema 14. Un operario de una empresa de cartonajes dispone de 24 m^2 de cartón para hacer dos tipos de cajas, una de ellas necesita $0,08 \text{ m}^2$ de cartón (modelo A) y la otra precisa de $0,03 \text{ m}^2$ (modelo B). El obrero trabaja a destajo y tarda en hacer las cajas de tipo A, 10 minutos y las de tipo B, 15 minutos. Si su jornada laboral es de 8 horas, representa gráficamente las posibles formas en que debe de realizar el operario las cajas de tipo A y B.