EJERCICIOS de INTEGRAL INDEFINIDA 2º BACH.

1. Calcular las siguientes integrales **potenciales** (se recomienda hacer la comprobación):

a) $\int \frac{1}{x^2}\,dx$ **b)** $\int \frac{x^5}{6}\,dx$ **c)** $\int x^{2/3}dx$ **d)** $\int \frac{1}{x^{2/3}}\,dx$ **e)** $\int t^2t^3dt$ **f)** $\int x\,x^{2/3}\,dx$

g) $\int \frac{t^3}{t^2}\,dt$ **h)** $\int \frac{x^{2/3}}{x^{1/3}}\,dx$ **i)** $\int \sqrt{x}\,\sqrt[3]{x}\,dx$ **j)** $\int \sqrt[3]{x^2}\,dx$ **k)** $\int \left(t^2\right)^3dt$ **l)** $\int \frac{\sqrt{x}}{x}\,dx$

m) $\int \frac{x}{\sqrt{x}}\,dx$ **n)** $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{x}\,dx$ **o)** $\int \sqrt{x}\,\sqrt[3]{x}\,\sqrt[4]{x}\,dx$ **p)** $\int \frac{x+2}{\sqrt{x}}\,dx$

(Soluc: **a)** $-1/x$ **b)** $x^6/36$ **c)** $\frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5}$ **d)** $3\sqrt[3]{x}$ **e)** $t^6/6$ **f)** $\frac{3\sqrt[3]{x^8}}{8}$ **g)** $t^2/2$ **h)** $\frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4}$ **i)** $\frac{6\sqrt[6]{x^{11}}}{11}$
j) $\frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5}$ **k)** $t^7/7$ **l)** $2\sqrt{x}$ **m)** $\frac{2\sqrt{x^3}}{3}$ **n)** $3\sqrt[3]{x}$ **o)** $\frac{12\sqrt[12]{x^{25}}}{25}$ **p)** $\frac{2\sqrt{x^3}}{3}+4\sqrt{x}$)

2. Calcular las siguientes integrales de **funciones compuestas**:

a) $\int (x+1)^2dx$ **b)** $\int (7x+5)^2dx$ **c)** $\int 2x\,(x^2+1)\,dx$ **d)** $\int 3x^2(x^3+1)\,dx$ **e)** $\int t\,(t^2+3)\,dt$

f) $\int x^2(x^3+2)\,dx$ **g)** $\int (2x+1)^{-3}dx$ **h)** $\int x^2(x^3+1)^{-7}dx$ **i)** $\int \frac{1}{(2x+1)^2}\,dx$ **j)** $\int \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}\,dx$

k) $\int \frac{1}{t^2+2t+1}\,dt$ **l)** $\int \frac{dx}{x^3+3x^2+3x+1}$ **m)** $\int x\,\sqrt{1+x^2}\,dx$ **n)** $\int x\,\sqrt{1-x^2}\,dx$ **o)** $\int (x+1)(x^2+2x+5)^6dx$

p) $\int \frac{x^2}{(x^3+1)^4}\,dx$ **q)** $\int \frac{1}{\sqrt{3x+1}}\,dx$ **r)** $\int (16x+1)\,(8x^2+x-5)\,dx$ **s)** $\int \frac{\sqrt{x+1}}{x+1}\,dx$ **t)** $\int \frac{x\sqrt{x^2+1}}{x^2+1}\,dx$

u) $\int \cos x\,\mathrm{sen}\,x\,dx$ **v)** $\int \cos x\,\mathrm{sen}^2x\,dx$ **w)** $\int \mathrm{sen}x\,\cos^2x\,dx$ **x)** $\int \frac{\mathrm{arctg}\,x}{1+x^2}\,dx$ **y)** $\int \frac{\cos x}{\mathrm{sen}^2x}\,dx$

z) $\int \frac{\ln^2 x}{x}\,dx$ **α)** $\int \frac{1}{x\ln^2 x}\,dx$ **β)** $\int \frac{\ln x}{x}\,dx$ **γ)** $\int \frac{\mathrm{arcsen}^2x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ **δ)** $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{arcsen}^2x}$

ε) (*) $\int \frac{\mathrm{arctg}\;x/2}{4+x^2}\,dx$

(Soluc: **a)** $(x+1)^3/3$ **b)** $(7x+5)^3/21$ **c)** $(x^2+1)^2/2$ **d)** $(x^3+1)^2/2$ **e)** $(t^2+3)^2/4$ **f)** $(x^3+2)^2/6$
g) $\frac{-1}{4(2x+1)^2}$ **h)** $\frac{-1}{18\,(x^3+1)^6}$ **i)** $\frac{-1}{2(2x+1)}$ **j)** $\frac{-1}{x^2+x+1}$ **k)** $\frac{-1}{t+1}$ **l)** $\frac{-1}{2(x+1)^2}$
m) $\frac{\sqrt{(1+x^2)^3}}{3}$ **n)** $-\frac{\sqrt{(1-x^2)^3}}{3}$ **o)** $(x^2+2x+5)^7/14$ **p)** $\frac{-1}{9(x^3+1)^3}$ **q)** $\frac{2\sqrt{3x+1}}{3}$ **r)** $(8x^2+x-5)^2/2$
s) $2\sqrt{x+1}$ **t)** $\sqrt{x^2+1}$ **u)** $\mathrm{sen}^2x/2$ o $-\cos^2x/2$ **v)** $\mathrm{sen}^3x/3$ **w)** $-\cos^3x/3$ **x)** $\frac{\mathrm{arc\ tg}^2x}{2}$
y) $-\mathrm{cosec}\,x$ **z)** $\ln^3x/3$ **α)** $-1/\ln x$ **β)** $\ln^2x/2$ **γ)** $\frac{\mathrm{arc\ sen}^3x}{3}$ **δ)** $\frac{-1}{\mathrm{arc\ sen}\,x}$
ε) $\frac{\mathrm{arctg}^2\,x/2}{4}$)

NOTA: En todas las soluciones se omite, por razones de espacio, la cte. de integración C.

3. Calcular las siguientes integrales de **tipo logarítmico**:

a) $\int 4x^{-1}dx$ **b)** $\int \frac{1}{x-1}\,dx$ **c)** $\int \frac{1}{3x+5}\,dx$ **d)** $\int \frac{1}{ax+b}\,dx$ **e)** $\int \frac{x^2}{x^3+2}\,dx$

f) $\int \frac{2x^2}{6x^3+1}\,dx$ **g)** $\int \frac{2x+1}{x^2+x+1}\,dx$ **h)** $\int \frac{x-1}{3x^2-6x+5}\,dx$ **i)** $\int \frac{e^x}{1+e^x}\,dx$ **j)** $\int \frac{\operatorname{sen}x-\cos x}{\operatorname{sen}x+\cos x}\,dx$

k) $\int \frac{1}{x\ln x}\,dx$ **l)** $\int \frac{dx}{(1+x^2)\operatorname{arctg}x}$ **m)** $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}\,\operatorname{arcsen}x}\,dx$ **n)** $\int \frac{\sec^2 x}{1+\operatorname{tg}x}\,dx$ **o) (*)** $\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}\,\operatorname{sen}\sqrt{x}}\,dx$

(Soluc: **a)** $\ln x^4$ **b)** $\ln(x-1)$ **c)** $\ln\sqrt[3]{3x+5}$ **d)** $\frac{\ln(ax+b)}{a}$ **e)** $\ln\sqrt[3]{x^3+2}$ **f)** $\ln\sqrt[9]{6x^3+1}$

g) $\ln(x^2+x+1)$ **h)** $\ln\sqrt[6]{3x^2-6x+5}$ **i)** $\ln(1+e^x)$ **j)** $\ln\frac{1}{\operatorname{sen}x+\cos x}$ **k)** $\ln(\ln x)$ **l)** $\ln(\operatorname{arctg}x)$

m) $\ln(\operatorname{arcsen}x)$ **n)** $\ln(1+\operatorname{tg}x)$ **o)** $\ln\operatorname{sen}^2\sqrt{x}$)

4. Calcular las siguientes integrales de **tipo exponencial**:

a) $\int e^{-x}\,dx$ **b)** $\int e^{2x}\,dx$ **c)** $\int e^{-2x}\,dx$ **d)** $\int e^{2x+1}\,dx$ **e)** $\int e^{-2x+1}\,dx$

f) $\int x\,e^{x^2-22}\,dx$ **g)** $\int x\,e^{-x^2}dx$ **h)** $\int x^2\,e^{x^3+1}\,dx$ **i)** $\int (2x+1)\,e^{x^2+x-1}\,dx$ **j)** $\int \cos x\,e^{\operatorname{sen}x}dx$

k) $\int \frac{1}{x}e^{\ln x}\,dx$ **l)** $\int \sec^2 x\;e^{\operatorname{tg}x}\,dx$ **m)** $\int \frac{e^{\operatorname{arctg}x}}{1+x^2}\,dx$ **n)** $\int \frac{e^{\operatorname{arcsen}x}}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ **o)** $\int 12^x dx$

p) $\int (6^x)^2\,dx$ **q)** $\int \frac{7^x}{5^x}\,dx$ **r)** $\int 5^x\,9^x\,dx$

(Soluc: **a)** $-1/e^x$ **b)** $e^{2x}/2$ **c)** $\frac{-1}{2\,e^{2x}}$ **d)** $e^{2x+1}/2$ **e)** $-e^{-2x+1}/2$ **f)** $\frac{e^{x^2-22}}{2}$ **g)** $-\frac{1}{2\,e^{x^2}}$

h) $\frac{e^{x^3}+1}{3}$ **i)** e^{x^2+x-1} **j)** $e^{\operatorname{sen}x}$ **k)** x **l)** $e^{\operatorname{tg}x}$ **m)** $e^{\operatorname{arctg}x}$ **n)** $e^{\operatorname{arcsen}x}$

o) $12^x/\ln 12$ **p)** $36^x/\ln 36$ **q)** $\frac{(7/5)^x}{\ln 7/5}$ **r)** $\frac{45^x}{\ln 45}$)

5. Calcular las siguientes integrales **trigonométricas sencillas**:

a) $\int \cos(-2x)\,dx$ **b)** $\int \frac{1}{3}\operatorname{sen}x\,dx$ **c)** $\int \cos\frac{x}{3}\,dx$ **d)** $\int \operatorname{sen}(x+1)\,dx$ **e)** $\int \cos(2x+5)\,dx$

f) $\int \operatorname{sen}(-x+1)\,dx$ **g)** $\int 3\cos(2x+6)\,dx$ **h)** $\int x\operatorname{sen}x^2\,dx$ **i)** $\int 2x\cos(x^2+255)\,dx$ **j)** $\int x\operatorname{sen}(3x^2+7)\,dx$

k) $\int x\cos(-3x^2-5)\,dx$ **l)** $\int 7x^2\operatorname{sen}(4x^3+5)\,dx$ **m)** $\int \frac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}\,dx$ **n)** $\int \frac{\operatorname{sen}\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$ **o)** $\int \frac{\cos\ \ln x}{x}\,dx$

p) $\int \frac{\cos(\operatorname{arctg}x)}{1+x^2}\,dx$

(Soluc: **a)** $\frac{\operatorname{sen}2x}{2}$ **b)** $-\frac{\cos x}{3}$ **c)** $3\operatorname{sen}\frac{x}{3}$ **d)** $-\cos(x+1)$ **e)** $\frac{\operatorname{sen}(2x+5)}{2}$ **f)** $\cos(-x+1)$

g) $\frac{3}{2}\operatorname{sen}(2x+6)$ **h)** $-\frac{\cos x^2}{2}$ **i)** $\operatorname{sen}(x^2+255)$ **j)** $-\frac{\cos(3x^2+7)}{6}$ **k)** $-\frac{\operatorname{sen}(-3x^2-5)}{6}$ **l)** $-\frac{7\cos(4x^3+25)}{12}$

m) $\operatorname{sen}\sqrt{x}$ **n)** $-2\cos\sqrt{x}$ **o)** $\operatorname{sen}(\ln x)$ **p)** $\operatorname{sen}(\operatorname{arctg} x)$)

6. Calcular las siguientes integrales por el método de sustitución o **cambio de variable**:

a) $\int (x+2)^{10}\, x\, dx$ *mediante x+2=t* **b)** $\int x\sqrt{x-1}\, dx$ *haciendo t^2=x-1* **c)** $\int \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$ *con t=e^x*

d) $\int \frac{x}{(x+1)^3}\, dx$ *haciendo x+1=t* **e)** $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1}\, dx$ **f)** $\int \frac{(x+1)^{10}}{x}\, dx$

(Soluc: **a)** $\frac{(x+2)^{12}}{12}-2\frac{(x+2)^{11}}{11}$ **b)** $2\left(\frac{\sqrt{(x-1)^5}}{5}+\frac{\sqrt{(x-1)^3}}{3}\right)$ **c)** $\operatorname{arc\,tg} e^x$ **d)** $-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{2(x+1)^2}$ **e)** $2\left(\sqrt{x}-\operatorname{arctg}\sqrt{x}\right)$

f) $\frac{(x+1)^{10}}{10}+\frac{(x+1)^9}{9}+\ldots+\frac{(x+1)^2}{2}+x+1+\operatorname{Ln} x$)

Recordar algunos consejos:

1. En las integrales NO inmediatas en las que haya $\sqrt{\ }$, suele funcionar el cambio RADICANDO=t^2
2. “ “ “ “ “ “ “ “ aparezcan $\sqrt{\ }$ de distinto índice, puede funcionar el cambio RADICANDO=$t^{\text{mcm de los índices}}$
3. En las integrales NO inmediatas en las que aparezca a^x, puede ensayarse a^x=t
4. Para integrales trigonométricas NO inmediatas ver los cambios vistos en el tema.

7. Calcular las siguientes integrales de **tipo arco tangente**:

a) $\int \frac{1}{x^2+2x+2}\, dx$ **b)** $\int \frac{1}{9x^2+6x+2}\, dx$ **c)** $\int \frac{x^3}{1+x^8}\, dx$ **d)** $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}}\, dx$ **e)** $\int \frac{\sec^2 x}{1+\operatorname{tg}^2 x}\, dx$

f) $\int \frac{a^x}{1+a^x}\, dx$ **g)** $\int \frac{2^x}{1+4^x}\, dx$ **h)** $\int \frac{3^x}{1+9^x}\, dx$ **i)** $\int \frac{1}{\sqrt{x}\,(1+x)}\, dx$ **j)** $\int \frac{1}{x\,(1+\ln^2 x)}\, dx$

k) $\int \frac{3x+27}{1+(3x+27)^4}\, dx$ **l)** $\int \frac{1}{3+x^2}\, dx$ **m)** $\int \frac{1}{4x^2+4x+2}\, dx$ **n)** $\int \frac{1}{x^2+4}\, dx$

(Soluc: **a)** arctg(x+1) **b)** $\frac{\operatorname{arctg}(3x+1)}{3}$ **c)** $\frac{\operatorname{arctg} x^4}{4}$ **d)** arctg e^x **e)** x **f)** $\frac{\ln(1+a^x)}{\ln a}$

g) $\frac{\operatorname{arctg} 2^x}{\ln 2}$ **h)** $\frac{\operatorname{arctg} 3^x}{\ln 3}$ **i)** $2\operatorname{arctg}\sqrt{x}$ **j)** arctg(lnx) **k)** $\frac{\operatorname{arctg}(3x+27)^2}{6}$ **l)** $\frac{\sqrt{3}}{3}\operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{3}}$

m) $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}(2x+1)$ **n)** $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{x}{2}$)

8. Calcular las siguientes integrales de **tipo neperiano-arco tangente**:

a) $\int \frac{x}{x^2+2x+17}\, dx$ **b)** $\int \frac{x-1}{x^2+2x+2}\, dx$ **c)** $\int \frac{x+1}{x^2+x+1}\, dx$ **d)** $\int \frac{x+1}{x^2+6x+13}\, dx$ **e)** $\int \frac{x+1}{25+x^2}\, dx$

f) $\int \frac{x+3}{x^2-2x+5}\, dx$ **g)** $\int \frac{2x+7}{x^2+x+1}\, dx$ **h)** $\int \frac{x}{x^2+2x+3}\, dx$ **i)** $\int \frac{x+1}{x^2-6x+13}\, dx$ **j)** $\int \frac{2x+5}{x^2-4x+13}\, dx$

k) $\int \frac{2x+4}{x^2+4}\, dx$

(Soluc: **a)** $\ln\sqrt{x^2+2x+17}-\frac{1}{4}\text{arctg}\frac{x+1}{4}$ **b)** $\ln\sqrt{x^2+2x+2}-2\text{arctg}(x+1)$ **c)** $\ln\sqrt{x^2+x+1}+\frac{\sqrt{3}}{3}\text{arctg}\frac{2x+1}{\sqrt{3}}$
d) $\ln\sqrt{x^2+6x+13}-\text{arctg}\frac{x+3}{2}$ **e)** $\ln\sqrt{x^2+25}+\frac{1}{5}\text{arctg}\frac{x}{5}$ **f)** $\ln\sqrt{x^2-2x+5}+2\text{ arctg}\frac{x-1}{2}$
g) $\ln(x^2+x+1)+4\sqrt{3}\text{ arctg}\frac{2x+1}{\sqrt{3}}$ **h)** $\ln\sqrt{x^2+2x+3}-\frac{\sqrt{2}}{2}\text{ arctg}\frac{x+1}{\sqrt{2}}$ **i)** $\ln\sqrt{x^2-6x+13}+2\text{ arctg}\frac{x-3}{2}$
j) $\ln(x^2-4x+13)+3\text{ arctg}\frac{x-2}{3}$ **k)** $\ln(x^2+4)+2\text{ arctg}\frac{x}{2}$)

9. Calcular **por partes** las siguientes integrales:

a) $\int x\ln x\,dx$ **b)** $\int\sqrt{x}\ln x\,dx$ **c)** $\int x^2\ln x\,dx$ **d)** $\int\ln^2 x\,dx$ **e)** $\int x^2e^x\,dx$
f) $\int\ln(x+1)\,dx$ **g)** $\int\arccos x\,dx$ **h)** $\int x^2\cos x\,dx$ **i)** $\int x^3e^{-x^2}\,dx$ **j)** $\int(x^2-2x-1)\,e^x\,dx$
k) $\int e^x\,\text{sen}\,x\,dx$ **l)** $\int(x^2+1)\,e^{-x}\,dx$ **m)** $\int x^3\cos x^2\,dx$ **n)** $\int x^2e^{2x+1}\,dx$ **o)** $\int(x^2+1)\,\text{sen}\,2x\,dx$

(Soluc: **a)** $\frac{x^2}{2}\ln x-\frac{x^2}{4}$ **b)** $\frac{2}{3}\sqrt{x^3}\ln x-\frac{4}{9}\sqrt{x^3}$ **c)** $\frac{x^3}{3}\ln x-\frac{x^3}{9}$ **d)** $x\ln^2x-2x\ln x+2x$
e) $e^x(x^2-2x+2)$ **f)** $x\ln(x+1)-x+\ln(x+1)$ **g)** $x\arccos x-\sqrt{1-x^2}$ **h)** $x^2\text{sen}x+2x\cos x-2\text{sen}x$
i) $-\frac{x^2+1}{2e^{x^2}}$ **j)** $e^x(x^2-4x+3)$ **k)** $\frac{e^x(\text{sen}x-\cos x)}{2}$ **l)** $-\frac{x^2+2x+3}{e^x}$
m) $\frac{1}{2}x^2\text{ sen }x^2+\frac{1}{2}\cos x^2$ **n)** $\frac{x^2}{2}e^{2x+1}-\frac{x}{2}e^{2x+1}+\frac{1}{4}e^{2x+1}$)

10. Calcular las siguientes integrales **racionales**:

a) $\int\frac{2x+1}{x^2-5x+6}\,dx$ **b)** $\int\frac{x^2-6x+7}{x^3-4x^2+x+6}\,dx$ **c)** $\int\frac{2x^2-4x+3}{x^3-3x^2+4}\,dx$ **d)** $\int\frac{1}{x^2-5x}\,dx$
e) $\int\frac{3x+5}{x^3-x^2-x+1}\,dx$ **f)** $\int\frac{2x^3-5x^2+4x-2}{x^2-3x+2}\,dx$ **g)** $\int\frac{2x^2+3}{x^3+x^2-2}\,dx$ **h)** $\int\frac{x^2-2x+10}{x^3-3x+2}\,dx$
i) $\int\frac{7x^2+3x+5}{x^3+x}\,dx$ **j)** $\int\frac{9x+23}{x^2+6x+9}\,dx$ **k)** $\int\frac{8x^2-2x-1}{x^3-x^2+4x-4}\,dx$ **l)** $\int\frac{x^3-2x^2+x-1}{x^2-3x+2}\,dx$
m) $\int\frac{2x^2-4x+1}{x^3-4x^2+5x-2}\,dx$ **n)** $\int\frac{2x^2-8x-1}{2x^2-7x+3}\,dx$ **o)** $\int\frac{2x+1}{x^2+x-6}\,dx$ **p)** $\int\frac{x+2}{x^2-x-6}\,dx$
q) $\int\frac{x^4-3x^3+2x^2+3}{x^3-3x^2+4}\,dx$ **r)** $\int\frac{dx}{e^x+1}$

(Soluc: **a)** $\ln\frac{(x-3)^7}{(x-2)^5}$ **b)** $\ln\frac{\sqrt[3]{x-2}\;\sqrt[6]{(x+1)^7}}{\sqrt{x-3}}$ **c)** $\ln(x^2-x-2)-\frac{1}{x-2}$ **d)** $\ln\sqrt[5]{1-\frac{5}{x}}$
e) $\ln\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}-\frac{4}{x-1}$ **f)** $x^2+x+\ln[(x-1)(x-2)^2]$ **g)** $\ln\left[(x-1)\sqrt{x^2+2x+2}\right]-2\text{arctg}(x+1)$
h) $\ln\frac{(x+2)^2}{(x-1)}-\frac{3}{x-1}$ **i)** $\ln\left[x^5(x^2+1)\right]+3\text{arctg }x$ **j)** $\ln(x+3)^9+\frac{4}{x+3}$ **k)** $\ln\left[(x-1)\cdot\sqrt{(x^2+4)^7}\right]+\frac{5}{2}\text{arctg}\frac{x}{2}$
l) $\frac{x^2}{2}+x+\ln(x^2-3x+2)$ **m)** $\ln(x^2-3x+2)-\frac{1}{x-1}$ **n)** $x-\ln\frac{\sqrt[5]{(x-3)^7}}{\sqrt[10]{(2x-1)^9}}$ **o)** $\ln(x^2+x-6)$
p) $\ln(x-3)$ **q)** $\frac{x^2}{2}+\ln(x^2-x-2)-\frac{1}{x-2}$ **r)** $x-\ln(e^x+1)$)

11. Calcular las siguientes integrales **trigonométricas no inmediatas**, haciendo cambios o transformando los integrandos:

a) $\int \cos^5 x\, dx$ (Hacer senx=t) **b)** $\int \text{sen}^5 x\, dx$ (Hacer cosx=t) **c)** $\int \frac{\text{sen } x + \text{tg } x}{\cos x}\, dx$ (Descomponer el integrando)

d) $\int \text{sen}^2 x \cos^2 x\, dx$ **e)** $\int \sec x\, dx$ **f)** $\int \cos x\ \text{ctg}^2 x\, dx$ $\left(\text{Sustituir } \text{ctg}^2 x = \frac{1}{\text{sen}^2 x} - 1\right)$

g) $\int \cos^2 3x\, dx$

(Soluc: **a)** $\text{sen } x - \frac{2}{3}\text{sen}^3 x + \frac{\text{sen}^5 x}{5}$ **b)** $-\cos x + \frac{2}{3}\cos^3 x - \frac{\cos^5 x}{5}$ **c)** $\sec x - \ln \cos x$ **d)** $\frac{x}{8} - \frac{\text{sen} 4x}{32}$

e) $\ln\sqrt{\frac{\text{sen } x + 1}{1 - \text{sen } x}}$ **f)** $-\text{cosec } x - \text{sen } x$ **g)** $\frac{x}{2} + \frac{\text{sen } 6x}{12}$)

12. Calcular **por el método más adecuado** (entre paréntesis figura una ayuda) las siguientes integrales:

a) $\int \frac{1}{(x-1)^2}\, dx$ (inmediata) **b)** $\int \frac{x-1}{3x^2 - 6x + 5}\, dx$ (tipo ln) **c)** $\int (x-1)\, e^x\, dx$ (por partes)

d) $\int (x^2 - 2x - 3) \ln x\, dx$ (por partes) **e)** $\int \frac{1}{x^2 - 1}\, dx$ (raíces $\Re$ simples) **f)** $\int \frac{x+5}{x^2 + x - 2}\, dx$ (raíces$\Re$ simpl

g) $\int \frac{6x+8}{x^2 + 2x + 5}\, dx$ (ln-arctg) **h)** $\int \frac{x^3 + 1}{x^2 - 5x + 4}\, dx$ (raíces $\Re$ simples) **i)** $\int \sec^3 x\, dx$ (cambio senx=t)

j) $\int \frac{1 + \text{sen}^2 x}{\text{sen} x \cos x}\, dx$ (cambio senx=t) **k)** $\int \frac{\cos x}{1 - \cos x}\, dx$ (transformar el integrando) **l)** $\int \cos 3x\ \text{sen}^2 3x\, dx$ (inmediata)

m) $\int x^2\ \text{sen} 3x\, dx$ (por partes) **n)** $\int x\ \text{arctg} x\, dx$ (por partes) **o)** $\int x^2\, e^{3x}\, dx$ (por partes)

p) $\int \frac{x-3}{x^2 + 49}\, dx$ (ln-arctg) **q)** $\int \frac{x^4 - 3x^2 - 3x - 2}{x^3 - x^2 - 2x}\, dx$ (raíces$\Re$ simples) **r)** $\int x \ln(x+1)\, dx$ (por partes)

s) $\int \frac{\ln^3 x}{x}\, dx$ (inmediata) **t)** $\int \text{sen}(\ln x)\, dx$ **u)** $\int x\left[\ln(x^2+1) - e^{-x}\right] dx$

v) $\int \frac{1+2x}{1+x^2}\, dx$ **w)** $\int \frac{1+x}{1-x}\, dx$ (hacer la división) **x)** $\int \frac{x^2 + x + 1}{x+1}\, dx$ (hacer la división)

y) $\int \frac{x^2 + 1}{x - 1}\, dx$ (hacer la división) **z)** $\int \frac{x}{x^2 + 9}\, dx$ **α)** $\int \frac{\sqrt{7 + 2\text{tg} x}}{\cos^2 x}\, dx$

β) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2}}\, dx$ (tipo arcsen) **γ)** $\int \frac{1}{x\left[\ln^3 x - 2\ln^2 x - \ln x + 2\right]}\, dx$ (hacer ln x=t)

(Sol: **a)** $\frac{-1}{x-1}$ **b)** $\ln\sqrt[6]{3x^2 - 6x + 5}$ **c)** $xe^x - 2e^x$ **d)** $\ln x\left(\frac{x^3}{3} - x^2 - 3x\right) - \frac{x^3}{9} + \frac{x^2}{2} + 3x$

e) $\ln\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ **f)** $\ln\frac{(x-1)^2}{x+2}$ **g)** $\ln(x^2 + 2x + 5)^3 + \text{arctg}\frac{x+1}{2}$ **h)** $\frac{x^2}{2} + 5x + \ln\sqrt[3]{\frac{(x-4)^{65}}{(x-1)^2}}$

i) $\ln\sqrt{\text{sen} x + 1} - \ln\sqrt[3]{\text{sen} x - 1} - \frac{1}{4(\text{sen} x - 1)} - \frac{1}{4(\text{sen} x + 1)}$ **j)** $\ln\frac{\text{sen } x}{\cos^2 x}$ **k)** $-x - \text{cosec} x - \text{ctg} x$ **l)** $\frac{\text{sen}^3 3x}{9}$

m) $-\frac{x^2 \cos 3x}{3} + \frac{2x\text{sen} 3x}{9} + \frac{2\cos 3x}{27}$ **n)** $\frac{x^2 \text{arctg } x - x + \text{arctg } x}{2}$ **o)** $\frac{x^2 e^{3x}}{3} - \frac{2xe^{3x}}{3} + \frac{2e^{3x}}{9}$ **p)** $\ln(x^2 + 49) - \frac{6}{7}\text{arctg}\frac{x}{7}$

q) $\frac{x^2}{2}+x+\ln x-\ln\sqrt[3]{(x-2)^2}-\ln\sqrt[3]{x+1}$ **r)** $x^2\ln\sqrt{x+1}-\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}-\ln\sqrt{x+1}$ **s)** $\frac{\ln^4 x}{4}$ **t)** $\frac{1}{2}x(\operatorname{sen}\ln x-\cos\ln x)$

u) $\frac{x^2\ln\sqrt{x^2+1}}{2}+\ln\sqrt{x^2+1}-\frac{x^2}{2}+\frac{x+1}{e^x}$ **v)** $\operatorname{arctg}x+\ln(x^2+1)$ **w)** $-x-\ln(1-x)^2$ **x)** $\frac{x^2}{2}+\ln(x+1)$

y) $\frac{x^2}{2}+x+\ln(x-1)^2$ **z)** $\ln\sqrt{x^2+9}$ **α)** $\frac{\sqrt{(7+2\operatorname{tg}x)^3}}{3}$ **γ)** $\ln\sqrt[6]{\frac{(\ln x-2)^2(\ln x+1)}{(\ln x-1)^3}}$)

13. Calcular la primitiva de $f(x)=\ln^2 x$ que se anula en $x=e$

14. Determinar f(x) sabiendo que $f'''(x)=24x$, $f(0)=0$, $f'(0)=1$ y $f''(0)=2$ (Soluc: $f(x)=x^4+x^2+x$)

15. Hallar un polinomio cuya derivada sea x^2+x-6 y tal que el valor de su máximo sea tres veces mayor que el de su mínimo. *(Soluc: $p(x)=x^3/3+x^2/2-6x+71/4$)*