$\boxed{f(x) = x^4 - 3x^2 - 2x}$

1. Dominio

$D(f) = \mathbb{R}$

2. Continuidad

f es continua.

3. Puntos de corte con los ejes

OX: $\boxed{(-1,0),(0,0),(2,0)}$ $\qquad \boxed{f(x) = x(x+1)^2(x-2)}$

$y = 0 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 2x = x(x^3 - 3x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = -1, x = 2$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -3 & -2 \\ -1 & & -1 & 1 & 2 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & \boxed{0} \end{array} \qquad \begin{array}{l} x^2 - x - 2 = 0 \\ x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1) \end{array}$$

OY: $(0,0)$

4. Simetría

$f(-x) = (-x)^4 - 3(-x)^2 - 2(-x) = x^4 - 3x^2 + 2x$, f no es simétrica.

5. Periodicidad

f no es periódica.

6. Asíntotas

f no tiene asíntotas

7. 1ª derivada

$f'(x) = 4x^3 - 6x - 2$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2(2x^3 - 3x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = -1,\ x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 0 & -3 & -1 \\ -1 & & -2 & 2 & 1 \\ \hline & 2 & -2 & -1 & \boxed{0} \end{array} \qquad 2x^2 - 2x - 1 = 0 \quad x = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{4} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

signo f': $\searrow$ $\ -1\ $ $\nearrow$ $\ \frac{1-\sqrt{3}}{2}\ $ $\searrow$ $\ \frac{1+\sqrt{3}}{2}\ $ $\nearrow$

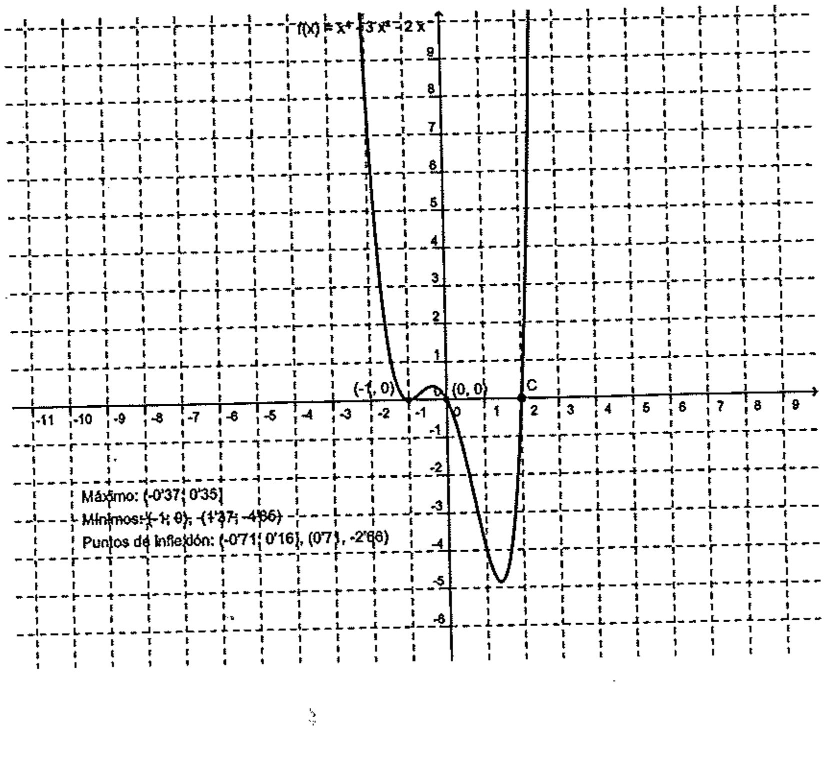
-1: mín; $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$: max; $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$: mín.

f es creciente en $\left(-1, \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \infty\right)$

f es decreciente en $(-\infty, -1) \cup \left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$

Máximo: $\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{9}{4}\right)$

Mínimos: $(-1,0), \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{9}{4}\right)$



8. 2ª derivada

$f''(x) = 12x^2 - 6$; $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

signo f'': $(+)$ $\ -\frac{\sqrt{2}}{2}\ $ $(-)$ $\ \frac{\sqrt{2}}{2}\ $ $(+)$

Puntos de inflexión: $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2} - \frac{5}{4}\right), \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\sqrt{2} - \frac{5}{4}\right)$

$$\boxed{f(x)=3x^4-6x^2+3}$$

$$f(x)=3(x^4-2x^2+1)=3(x^2-1)^2$$

1. Dominio

$D(f)=\mathbb{R}$

2. Continuidad

f es continua

3. Puntos de corte con los ejes

OX: $\boxed{(-1,0),(1,0)}$

$y=0 \Leftrightarrow 3(x^2-1)^2=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$

OY: $\boxed{(0,3)}$

$x=0 \Rightarrow y=3(-1)^2=3$

4. Simetrías

$f(-x)=3((-x)^2-1)^2=3(x^2-1)^2=f(x) \Rightarrow$ <u>f es par</u>, simétrica respecto del eje OY.

5. Periodicidad

f no es periódica

6. Asíntotas

f no tiene asíntotas

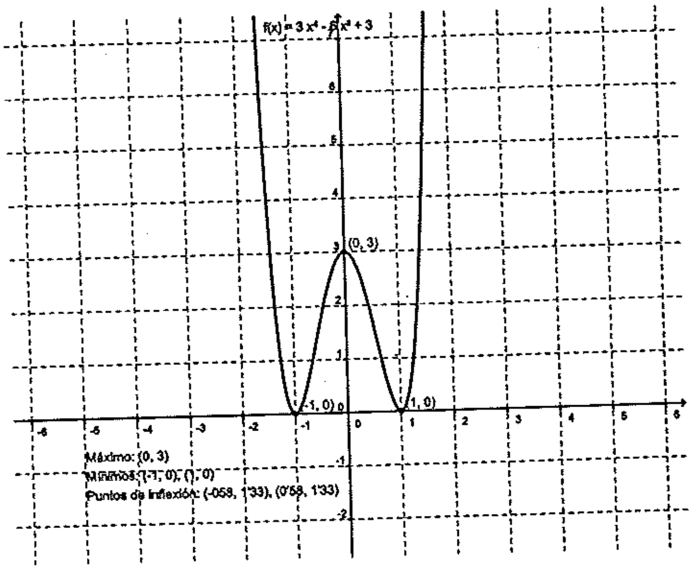
7. 1ª derivada

$f'(x)=6(x^2-1)\cdot 2x = 12x(x^2-1)$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 12x(x^2-1)=0 \Leftrightarrow x=0, x=\pm 1$

signo f': $-\searrow$ | -1 | $+\nearrow$ | 0 | $-\searrow$ | 1 | $+\nearrow$

-1 mín, 0 máx, 1 mín.



f es creciente en $(-1,0)\cup(1,\infty)$

f es decreciente en $(-\infty,-1)\cup(0,1)$

$\boxed{\text{Máximo}: (0,3)}$

$\boxed{\text{Mínimos}: (-1,0),(1,0)}$

8. 2ª derivada

$f''(x)=12(x^2-1)+12x\cdot 2x = 12(x^2-1+2x^2)=12(x^2+2x^2-1)=12(3x^2-1)$

$f''(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3} \simeq 0'58$

signo f'': $(+)$ | $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $(-)$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $(+)$

$\boxed{\text{Ptos de inflexión}: \left(-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{4}{3}\right);\left(\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{4}{3}\right)}$

$$\boxed{f(x) = x^5 - 3x^2}$$

1. Dominio

$D(f) = \mathbb{R}$

2. Continuidad

f es continua

3. Puntos de corte con los ejes

OX: $\boxed{(0,0),\ (\sqrt[3]{3},0)}$

$y=0 \rightarrow x^5-3x^2=0\ ;\ x^2(x^3-3)=0 \iff x=0,\ x=\underset{\underset{1'44}{\shortparallel}}{\sqrt[3]{3}}$

OY: $(0,0)$

4. Simetrías

$f(-x) = (-x)^5 - 3x^2 = -x^5 - 3x^2 \Rightarrow$ No es simétrica.

5. Periodicidad

f no es periódica

6. Asíntotas

No tiene asíntotas.

7. 1ª derivada

$f'(x) = 5x^4 - 6x = x(5x^3-6)$

$f'(x) = 0 \iff x(5x^3-6)=0 \iff x=0\ ;\ x=\dfrac{\sqrt[3]{150}}{5}$

signo f': $+\ \nearrow$; 0 ; $-\ \searrow$; $\dfrac{\sqrt[3]{150}}{5} \simeq 1'06$; $+\ \nearrow$

f es creciente en $(-\infty,0)\cup\left(\dfrac{\sqrt[3]{150}}{5},\infty\right)$

f es decreciente en $\left(0,\dfrac{\sqrt[3]{150}}{5}\right)$

$\boxed{\text{Máximo } (0,0)}$

$\boxed{\text{Mínimo } \left(\dfrac{\sqrt[3]{150}}{5},\ -\dfrac{9\sqrt[3]{150^2}}{125}\right)}$

$-2'03$

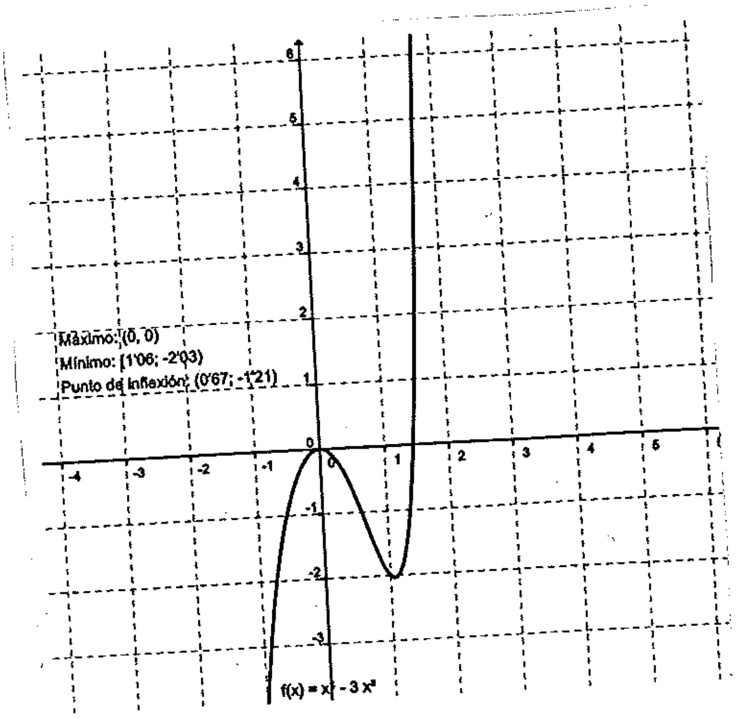
8. 2ª derivada

$f''(x) = 20x^3 - 6$

$f''(x) = 0 \iff 20x^3-6=0 \iff x=\dfrac{\sqrt[3]{300}}{10}$

signo f'': $(-)$; $\dfrac{\sqrt[3]{300}}{10} \simeq 0'67$; $(+)$

$\boxed{\text{Punto de inflexión: } \left(\dfrac{\sqrt[3]{300}}{10},\ -\dfrac{27\sqrt[3]{300^2}}{1000}\right)}$



$\boxed{f(x) = x^3 + 3x^2}$

1. Dominio

$D(f) = \mathbb{R}$

2. Continuidad

f es continua

3. Puntos de corte con los ejes

OX : $\boxed{(-3,0)\,;\,(0,0)}$

$y=0 \Leftrightarrow x^2(x+3)=0 \Leftrightarrow x=0\,,\ x=-3$

OY : $\boxed{(0,0)}$

4. Simetrías.

f no es simétrica : $f(-x) = (-x)^3 + 3(x)^2 = -x^3 + 3x^2$

5. Periodicidad

f no es periódica.

6. Asíntotas

f no tiene asíntotas

7. 1ª derivada

$f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x(x+2) = 0 \Leftrightarrow x=0\,;\ x=-2$

signo f' : + ↗ | −2 max | − ↘ | 0 min. | + ↗

f es creciente en $(-\infty,-2) \cup (0,\infty)$

f es decreciente en $(-2,0)$

$\boxed{\text{Máximo } (-2,4) \quad \text{Mínimo } (0,0)}$

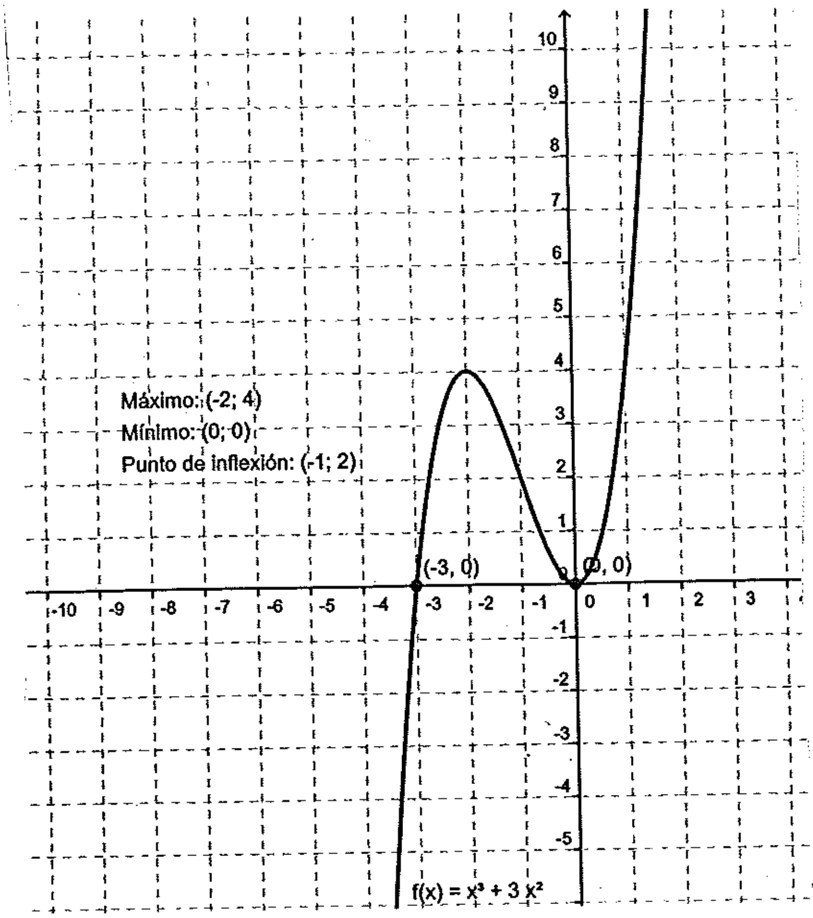
8. 2ª derivada

$f''(x) = 6x + 6$

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 6x+6 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

signo f'' : ∩ (−) | −1 Pto infl. | ∪ (+)

$\boxed{\text{Punto de inflexión} : (-1,2)}$



$$\boxed{f(x) = -x^5 + 4x^3}$$

1. Dominio

$D(f) = \mathbb{R}$

2. Continuidad

f es continua

3. Puntos de corte con los ejes

OX: $\boxed{(-2,0);(0,0),(2,0)}$

$y=0 \to -x^3(x^2-4)=0 \Leftrightarrow x=0,\ x=\pm 2$

OY: $(0,0)$

4. Simetrías

$f(-x) = -(-x)^5 + 4(-x)^3 = +x^5 - 4x^3 = -(-x^5+4x^3) = -f(x) \Rightarrow$ Función impar.

Simétrica respecto del origen de coordenadas

5. Periodicidad

f no es periódica

6. Asíntotas

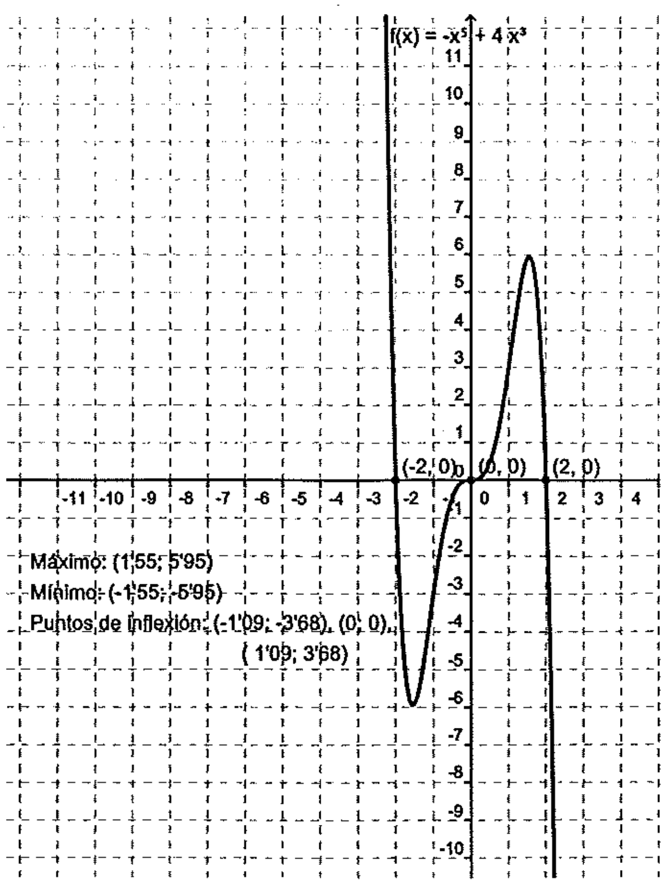
f no tiene asíntotas

7. 1ª derivada

$f'(x) = -5x^4 + 12x^2$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2(5x^2-12)=0 \Leftrightarrow x=0,\ x=\pm\frac{2\sqrt{15}}{5}$

signo f': $-\searrow$ | $-\frac{2\sqrt{15}}{5}$ (mín) | $\nearrow +$ | 0 | $+\nearrow$ | $\frac{2\sqrt{15}}{5} \simeq 1'55$ (máx.) | $-\searrow$



f es creciente en $\left(-\frac{2\sqrt{15}}{5}, \frac{2\sqrt{15}}{5}\right)$

f es decreciente en $\left(-\infty, -\frac{2\sqrt{15}}{5}\right) \cup \left(\frac{2\sqrt{15}}{5}, \infty\right)$

$\boxed{\text{Máximo } \left(\frac{2\sqrt{15}}{5}, \frac{192\sqrt{15}}{125}\right) \quad \text{Mínimo } \left(-\frac{2\sqrt{15}}{5}, -\frac{192\sqrt{15}}{125}\right)}$

$-5'94$

8. 2ª derivada

$f''(x) = -20x^3 + 24x$

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow -4x(5x^2-6)=0 \Leftrightarrow x=0,\ x=\pm\frac{\sqrt{30}}{5}$

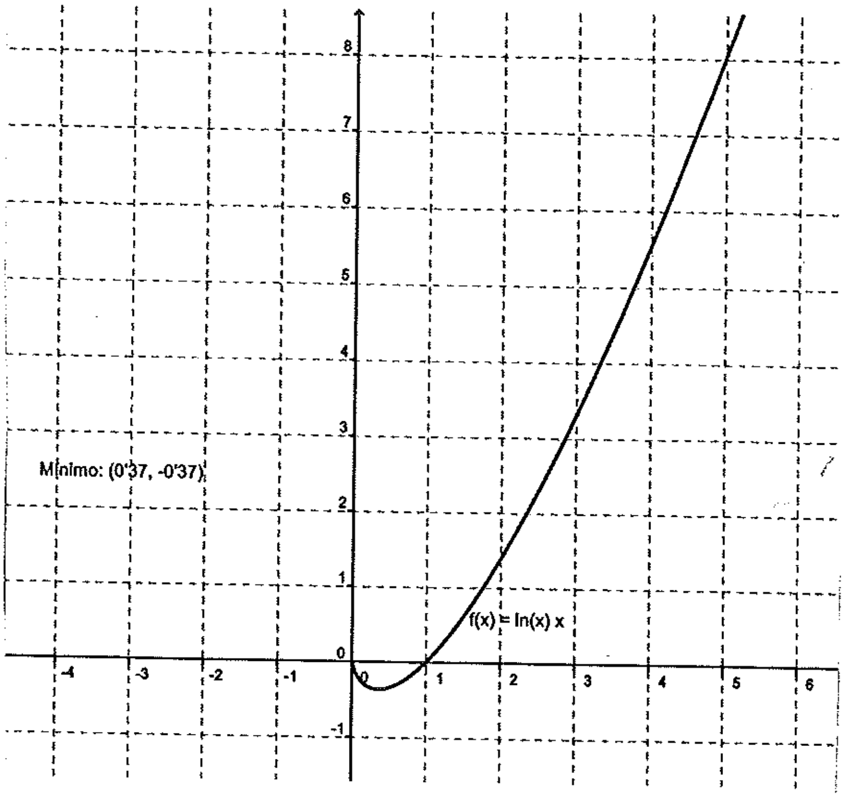
signo f'': $(+)$ | $-\frac{\sqrt{30}}{5}$ (pto inf) | $(-)$ | 0 (pto inf) | $(+)$ | $\frac{\sqrt{30}}{5} \simeq 1'09$ (pto inf.) | $(-)$

$$\boxed{\text{Puntos de inflexión: } \left(-\frac{\sqrt{30}}{5}, \frac{-84\sqrt{30}}{125}\right), (0,0), \left(\frac{\sqrt{30}}{5}, \frac{84\sqrt{30}}{125}\right)}$$

$\boxed{y = x\ln(x)}$

1. Dominio

$\mathcal{D}(f) = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\} = (0, \infty)$



2. Continuidad

f es continua

3. Puntos de corte con los ejes

OX : $(1, 0)$

$y = 0 \Leftrightarrow x\ln(x) = 0 \begin{cases} x \neq 0 \\ \ln(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \end{cases}$

OY : No corta al eje OY, pues $0 \notin \mathcal{D}(f)$

4. Simetría

f no es simétrica, pues $\mathcal{D}(f) = (0, \infty)$

5. Periodicidad

f no es periódica.

6. Asíntotas

A.V : No tiene

$$\lim_{x \to 0^+} x\ln(x) = (0 \cdot (-\infty) \text{ IND}) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln(x)}{\frac{1}{x}} = \left(\frac{-\infty}{\infty} \text{ IND}\right) \underset{\text{L'Hôpital}}{=} \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to 0^+} (-x) = 0$$

A.H : No tiene

$$\lim_{x \to \infty} x.\ln(x) = \infty(-\infty) = -\infty$$

A.O. No tiene

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{x\ln(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \ln(x) = -\infty$$

7. Estudio de la primera derivada.

$f'(x) = \ln(x) + x \cdot \frac{1}{x} = 1 + \ln(x)$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 + \ln(x) = 0 \Leftrightarrow \ln(x) = -1 \Leftrightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e}$

signo f': $\nexists f'$ | 0 | $-$ ↘ | $1/e$ (min) | ↗ $+$

$f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e}\ln(e^{-1}) = -\frac{1}{e}$

$\begin{cases} f \text{ es creciente en } \left(\frac{1}{e}, \infty\right) \\ f \text{ es decreciente en } \left(0, \frac{1}{e}\right) \\ \boxed{\text{Mínimo}\left(\frac{1}{e}, -\frac{1}{e}\right)} \end{cases}$

8. Estudio de la segunda derivada

$f''(x) = \frac{1}{x}$

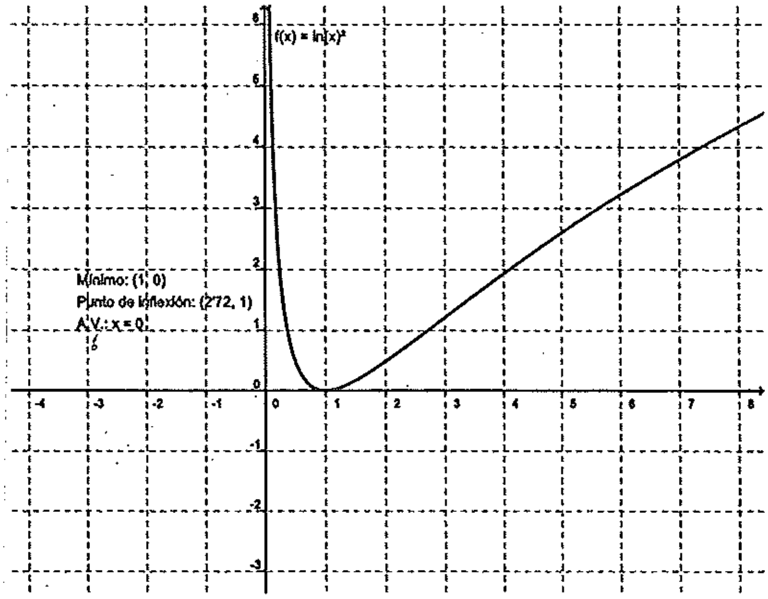
$f''(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} = 0 \Leftrightarrow 1 = 0 \Rightarrow f''$ nunca se anula, no hay puntos de inflexión

signo f'': $\nexists f''$ | 0 | $(+)$

$$\boxed{y=(\ln(x))^2}$$

1. Dominio

$D(f)=\{x\in\mathbb{R}: x>0\}=(0,\infty)$



2. Continuidad

f es continua

3. Puntos de corte con los ejes

OX : $(1,0)$

$y=0;\ (\ln(x))^2=0 \Leftrightarrow \ln(x)=0 \Leftrightarrow x=1$

OY : No corta al eje OY, pues $0\notin D(f)$

4. Simetrías

f no es simétrica, pues $D(f)=(0,\infty)$

5. Periodicidad

f no es periódica

6. Asíntotas

A.V. $\boxed{x=0}$

$\lim_{x\to 0^+}(\ln(x))^2=(-\infty)^2=\infty$

A.H : No tiene

$\lim_{x\to\infty}(\ln(x))^2=\infty^2=\infty$

A.O : No tiene

$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{(\ln(x))^2}{x}=\left(\frac{\infty}{\infty}\ IND\right)=$

aplicando L'Hôpital $\to =\lim_{x\to\infty}\frac{2\ln(x)\cdot\frac{1}{x}}{1}=\left(\frac{\infty}{\infty}\ IND\right)=$

$=\lim_{x\to\infty}\frac{2\cdot\frac{1}{x}}{1}=0$

7. Estudio de la primera derivada

$f'(x)=2(\ln(x))\cdot\frac{1}{x}=\frac{2\ln(x)}{x}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{2\ln(x)}{x}=0 \Leftrightarrow 2\ln(x)=0 \Leftrightarrow \ln(x)=0 \Leftrightarrow x=1$

signo f': 0 — $(-)\ \searrow$ — 1 — $\nearrow\ (+)$

1: mín.

$f(1)=(\ln(1))^2=0^2=0$

$$\begin{cases} f \text{ es creciente en } (1,\infty) \\ f \text{ es decreciente en } (0,1) \\ \text{Mínimo } (1,0) \end{cases}$$

8. Estudio de la segunda derivada

$f''(x)=\frac{2\cdot\frac{1}{x}\cdot x-2\ln(x)}{x^2}=\frac{2(1-\ln(x))}{x^2}$

$f''(x)=0 \Leftrightarrow \frac{2(1-\ln(x))}{x^2}=0 \Leftrightarrow 2(1-\ln(x))=0 \Leftrightarrow \ln(x)=1 \Leftrightarrow x=e$

signo f'': 0 — $(+)$ — e — $(-)$

$f(e)=(\ln(e))^2=1^2=1$

Punto inflexión $(e,1)$