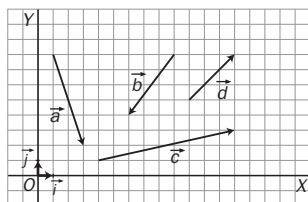
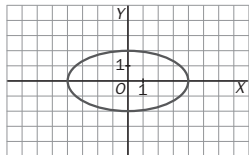
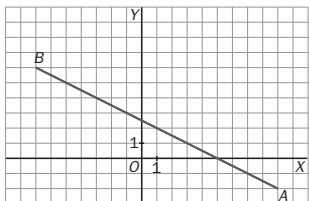
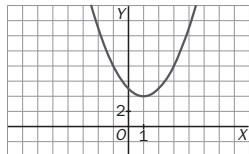


1. Tomando $\{\vec{i}, \vec{j}\}$ como base de V_2 , que es una base ortonormal, indica las coordenadas de los vectores representados en la figura y calcula sus módulos.



2. Se consideran $\vec{u} = (3, -1)$, $\vec{v} = (-4, 2)$ y $\vec{w} = (0, -4)$, vectores libres de V_2 . Efectúa las siguientes operaciones:
- $2\vec{u} - 3\vec{v} + \vec{w}$
 - $(3\vec{w}) \cdot (\vec{v} - 2\vec{u})$
 - $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{w} - \vec{w} \cdot \vec{u}$
3. ¿Cuál es el vector director de la recta que pasa por los puntos $A(2, -3)$ y $B(-1, -1)$? Escribe las ecuaciones paramétricas, la general y la explícita de la recta, y determina su pendiente y su ordenada en el origen.
4. La ecuación en forma paramétrica $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$ corresponde a una cónica. Elimina el parámetro t (para ello ten en cuenta la propiedad fundamental de trigonometría) y obtén la ecuación implícita para identificar la cónica. Representala gráficamente e indica sus elementos característicos.
5. Las rectas $r: x + 3y - 2 = 0$ y $s: 2x + 7y - 3 = 0$ determinan un ángulo.
- Halla el vértice de dicho ángulo.
 - Indica los vectores directores de las dos rectas.
 - Calcula el seno y el coseno del ángulo que forman.
6. Justifica que el punto $P(-3, 5)$ pertenece a la bisectriz del ángulo determinado por las rectas $r: 4x + 3y = 6$ y $s: 3x + 4y - 8 = 0$.
7. Calcula la ecuación general de la mediatriz del segmento cuyos extremos son los puntos de coordenadas $A(-3, 6)$ y $B(5, 10)$.
8. Determina razonadamente cuáles de los puntos $A(11, -4)$, $B(-10, 2)$, $C(2, 6)$ son interiores a la elipse de ecuación $25x^2 + 169y^2 - 4225 = 0$.
9. Identifica y representa el conjunto de puntos del plano $X(3 - 2\lambda, 1 + \lambda)$ con $\lambda \in [-3, 5]$.
10. Las rectas de ecuación $3x - 8y + 23 = 0$, $7x - y - 17 = 0$, $4x + 7y + 13 = 0$ definen un triángulo. Determina:
- Las coordenadas de sus vértices.
 - La longitud de sus lados.
 - Su área.
 - Las coordenadas del baricentro.
11. Representa el lugar geométrico de los puntos del plano $X(1 - t, 4 + t^2)$. Hay dos puntos de dicho lugar geométrico cuya segunda coordenada es 29; ¿cuál es su primera coordenada?
12. Halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos del plano cuya distancia al punto $A(2, -5)$ es el triple de la distancia al punto $B(2, 3)$. Identifica el lugar geométrico hallado.

Soluciones

1. $\vec{a} = 2\vec{i} - 6\vec{j} = (2, -6)$, $|\vec{a}| = +\sqrt{2^2 + (-6)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$
 $\vec{b} = (-3, -4)$, $|\vec{b}| = \sqrt{25} = 5$, $\vec{c} = (9, 2)$, $|\vec{c}| = \sqrt{85}$, $\vec{d} = (3, 3)$, $|\vec{d}| = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$
2. a) $2\vec{u} - 3\vec{v} + \vec{w} = 2(3, -1) - 3(-4, 2) + (0, -4) = (6, -2) + (12, -6) + (0, -4) = (18, -12)$
b) $(3\vec{w}) \cdot (\vec{v} - 2\vec{u}) = (0, -12) \cdot (-10, 4) = -48$ c) $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{w} - \vec{w} \cdot \vec{u} = (-14) + (-8) + 4 = -18$
3. $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a} = (-1, -1) - (2, -3) = (-3, 2)$. La ecuación de la recta en forma paramétrica es $\begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = -3 + 2\lambda \end{cases}$.
En forma general: $\frac{x-2}{-3} = \frac{y+3}{2} \Leftrightarrow 2x + 3y + 5 = 0$
La ecuación explícita es $y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$. Por tanto, la pendiente es $m = -\frac{2}{3}$ y la ordenada en el origen es $n = -\frac{5}{3}$.
4. Se despejan $\sin t$ y $\cos t$: $\cos t = \frac{x}{4}$, $\sin t = \frac{y}{2}$. Como $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$, se obtiene:
 $\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. Se trata de una elipse de ejes $2a = 8$, $2b = 4$,
y como $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12}$, los focos son $F(\sqrt{12}, 0)$, $F'(-\sqrt{12}, 0)$.

5. a) $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + 7y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow V(5, -1)$
b) $\vec{u} = (-3, 1)$, $\vec{v} = (-7, 2)$
c) $\cos \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}||\vec{v}|} = \frac{|21 + 2|}{\sqrt{10}\sqrt{53}} = \frac{23}{\sqrt{530}}$, $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{529}{530}} = \frac{1}{\sqrt{530}}$
6. $d(P, r) = \frac{|4 \cdot (-3) + 3 \cdot 5 - 6|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{3}{5}$, $d(P, s) = \frac{|3 \cdot (-3) + 4 \cdot 5 - 8|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{3}{5}$. Como la distancia a las dos rectas es la misma, se puede asegurar que P pertenece a la bisectriz.
7. $d(X, A) = d(X, B) \Rightarrow \sqrt{(x+3)^2 + (y-6)^2} = \sqrt{(x-5)^2 + (y-10)^2} \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2 + 6x + 9 + y^2 - 12y + 36 = x^2 - 10x + 25 + y^2 - 20y + 100 \Rightarrow 16x + 8y - 80 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 10 = 0$
8. Si la ecuación de la elipse es $f(x, y) = 0$, los puntos interiores verifican que $f(x, y) < 0$, y los exteriores, $f(x, y) > 0$.
Con el punto $A(11, -4)$ resulta $25 \cdot (11)^2 + 169 \cdot (-4)^2 - 4225 = 1504 > 0$. Es exterior.
Con el punto $B(-10, 4)$ resulta $25 \cdot (-10)^2 + 169 \cdot (2)^2 - 4225 = -1049 < 0$. Es interior.
Con el punto $C(2, 6)$ resulta $25 \cdot (2)^2 + 169 \cdot (6)^2 - 4225 = 1959 > 0$. Es exterior.
9. Las ecuaciones paramétricas corresponden a un segmento de la recta
 $r: \begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = 1 + \lambda \end{cases}$ cuyos extremos se obtienen para $\lambda = -3 \Rightarrow A(9, -2)$ y para $\lambda = 5 \Rightarrow B(-7, 6)$.

10. a) Se resuelven los sistemas tomando las ecuaciones de dos en dos: $A(2, -3)$, $B(3, 4)$, $C(-5, 1)$.
b) $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1^2 + 7^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$, $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-7)^2 + 4^2} = \sqrt{65}$, $|\overrightarrow{CB}| = \sqrt{8^2 + 3^2} = \sqrt{73}$
c) $S = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2} |(1, 7) \cdot (4, 7)| = \frac{1}{2} |4 + 49| = \frac{53}{2} u^2$ d) Baricentro: $G\left(\frac{2+3-5}{3}, \frac{-3+4+1}{3}\right) = \left(0, \frac{2}{3}\right)$
11. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4 + t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 - x \\ y = 4 + (1 - x)^2 = x^2 - 2x + 5 \end{cases}$. Para $y = 29$, $t = \pm 5 \Rightarrow x_1 = -4$, $x_2 = 6$.

12. $d(X, A) = 3d(X, B) \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y+5)^2} = 3\sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2} \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 8y + 11 = 0$
Es una circunferencia de centro $C(2, 4)$ y radio $r = 3$.