

Problema 1 Dadas la curva: $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 1}$, calcule:

1. Corte con los ejes y dominio de definición.
2. Simetría.
3. Asíntotas.
4. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
5. Extremos.
6. Curvatura y puntos de Inflexión.
7. Representación aproximada.
8. Área encerrada entre la función, el eje de abscisas y las rectas $x = 2$ y $x = 4$.

Solución:

1.

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 1}$$

- Corte con el eje OX hacemos $y = 0 \implies x^2 + 2 = 0 \implies$ No hay .
- Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies (0, -2)$.
- $Dom(f) = R - \{1\}$

2. $f(-x) \neq f(x) \implies$ No es PAR.

$$f(-x) \neq -f(x) \implies \text{No es IMPAR.}$$

3. Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2}{x - 1} = \pm \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 2}{x - 1} = \left[\frac{3}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 2}{x - 1} = \left[\frac{3}{0^+} \right] = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2}{x - 1} = \infty$$

- **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2}{x^2 - x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x - 1} - x \right) = 1$$

$$y = x + 1$$

4.

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} = 0 \implies x = 1 - \sqrt{3} \quad x = 1 + \sqrt{3}$$

	$(-\infty, 1 - \sqrt{3})$	$(1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3})$	$(1 + \sqrt{3}, +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	crece	decrece	crece

5. La función tiene un máximo en el punto $(-0.73, -1.46)$ y un mínimo en $(2.73, 5.46)$.

6.

$$y'' = \frac{6}{(x - 1)^3} \neq 0$$

La función no tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, 1)$	$(1, +\infty)$
y''	-	+
y	convexa	cóncava

7. Representación

8.

$$F(x) = \int \frac{x^2 + 2}{x - 1} dx = \int (x + 1) dx + 3 \int \frac{1}{x - 1} dx = \frac{x^2}{2} + x + 3 \ln |x - 1| + C$$

$$S = |F(4) - F(2)| = 8 + 3 \ln 3 \cdot u^2$$

