

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} ((\sqrt{x^2 + 2x} - x) = 1$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x} = 2$

Problema 2 Calcular las siguientes integrales

1. $(\int \frac{x^3}{x^2 + x - 2} dx$

2. $\int x^3 \ln x dx$

3. $(\int \frac{x}{x^2 + 3} dx$

Solución:

1. $(\int \frac{x^3}{x^2 + x - 2} dx = \frac{x^2}{2} - x + \frac{4}{3} \ln |x + 2| - \frac{1}{3} \ln |x - 1| + C$

2. $\int x^3 \ln x dx = \frac{x^4(4 \ln x - 1)}{16} + C$

3. $(\int \frac{x}{x^2 + 3} dx = \frac{1}{2} \ln |x^2 + 3| + C$

Problema 3 Se pide:

1. Dibujar el recinto limitado por las siguientes funciones

$$f(x) = -x^2 + 5x; \quad g(x) = x + 3$$

2. Hallar el área de dicho recinto

Solución:

1. $-x^2 + 5x = x + 3 \implies x = 1, \quad x = 3$

$$S = \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx = -\frac{x^3}{3} \frac{4x^2}{2} - 3x \Big|_1^3 = \frac{4}{3} u^2$$

2. El recinto es el siguiente

