

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{x^2 + 1})$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{x^2 + 1}) = -\frac{1}{2}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x} = -\frac{1}{2}$

Problema 2 Calcular las siguientes integrales

1. $\int \frac{x^3 - 2}{x^2 + 2x - 3} dx$

2. $\int x \sin x dx$

3. $\int x(x^2 - 1)^6 dx$

Solución:

1. $\int \frac{x^3 - 2}{x^2 + 2x - 3} dx = \frac{x^2}{2} - 2x - \frac{29}{2} \ln |x + 3| - \frac{1}{2} \ln |x - 1| + C$

2. $\int x \sin x dx = x \cos x - \sin x + C$

3. $\int x(x^2 - 1)^6 dx = \frac{(x^2 - 1)^7}{14} + C$

Problema 3 Se pide:

1. Dibujar el recinto limitado por las siguientes funciones

$$f(x) = x^2 + 2x + 1; \quad g(x) = 3x + 7$$

2. Hallar el área de dicho recinto

Solución:

1. $x^2 + 2x + 1 = 3x + 7 \implies x = -2, \quad x = 3$

$$S = \int_{-2}^3 (-x^2 + x + 6) dx = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 6x \right]_{-2}^3 = \frac{125}{6} u^2$$

2. El recinto es el siguiente

