

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 1}$
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 2}{3x} \right)^{2x+1}$
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1})$
- d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x^2 - 2} - \sqrt{x^2 + 7}}{x - 3}$

Solución:

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 1} = 2$
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 2}{3x} \right)^{2x+1} = e^{4/3}$
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}) = 0$
- d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x^2 - 2} - \sqrt{x^2 + 7}}{x - 3} = \frac{3}{4}$

Problema 2 Calcular k sabiendo que $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+1} \right)^{kx-2} = e^2$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+1} \right)^{kx-2} = [1^\infty] = e^\lambda$$
$$\lambda = \lim_{x \rightarrow \infty} (kx-2) \left(\frac{3x-1}{3x+1} \right) = -\frac{2k}{3} = 2 \implies k = -3$$

Problema 3 Calcular los siguientes límites:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x e^{x^2}}{x+1}$
- c) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin x - 1}{x \cos x}$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1} = -2$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x e^{x^2}}{x + 1} = \infty$

c) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin x - 1}{x \cos x} = 0$

Problema 4 Calcular las siguientes integrales:

a) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 7}} dx$

b) $\int \frac{x^3 + x - 1}{\sqrt{x^2 - x - 6}} dx$

c) $\int x \arctan x dx$

Solución:

a) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 7}} dx = \sqrt{x^2 + 7} + C$

b) $\int \frac{x^3 + x - 1}{\sqrt{x^2 - x - 6}} dx = \frac{x^2}{2} + x - 7 \ln(x - 3) - \frac{13}{5} \ln(x + 2) + C$

c) $\int x \arctan x dx = \frac{x^2 \arctan x - x + \arctan x}{2} + C$