Opción A (3ª evaluación)

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Estudia las características de la función $y = -x \cdot \ln x$; con los datos obtenidos representa su gráfica.

Solución:

$f(x) = -x \cdot \ln x$

$Dom\ f = (0, +\infty)$

$f(x)$ *es continua y derivable en* $(0,+\infty)$ *por ser producto de funciones continuas y derivables.*

$$Cortes(con\ eje\ OX):\ f(x)=0 \Rightarrow -x\cdot\ln x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cancel{x=0} & porque\ \ 0 \notin Dom\ f \\ \ln x = 0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow (1,0) \end{cases}$$

Asíntotas:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(-x\cdot\ln x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}(-x\cdot\ln x) = \lim_{x\to 0^+}\frac{-\ln x}{\frac{1}{x}} \triangleq (L'Hôpital) \lim_{x\to 0^+}\frac{-\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to 0^+}\frac{x^2}{x} = \lim_{x\to 0^+}(x) = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty}(-\ln x) = -\infty$$

$f(x)$ *no tiene asíntotas.*

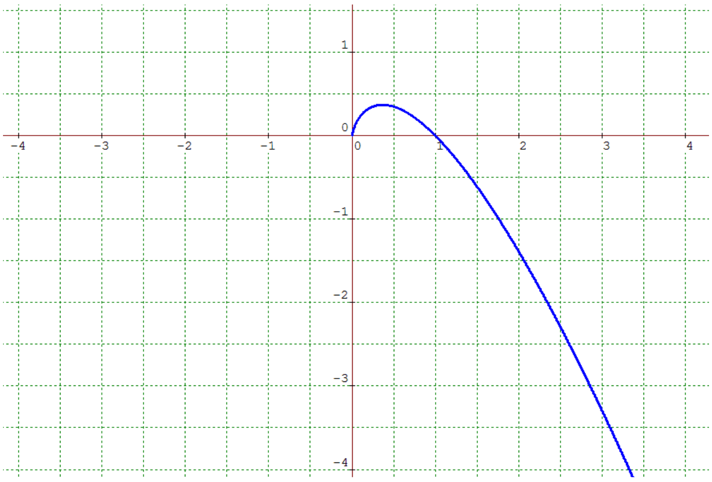
$$f'(x) = -\ln x - x\cdot\frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = -1-\ln x\ ; \quad f''(x) = -\frac{1}{x}$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow -1-\ln x = 0 \Rightarrow \ln x = -1 \Rightarrow x = e^{-1} \Rightarrow x = \frac{1}{e}$$

$$f''\left(\frac{1}{e}\right) = -e < 0 \Rightarrow en\ x=\frac{1}{e},\ f(x)\ tiene\ un\ máximo;\ f\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}\cdot(-1) = \frac{1}{e} \Rightarrow \left(\frac{1}{e},\frac{1}{e}\right)\ máximo\ local.$$

$$f''(x) = -\frac{1}{x} \neq 0 \Rightarrow f(x)\ no\ presenta\ puntos\ de\ inflexión \Rightarrow no\ hay\ cambios\ de\ curvatura.$$

$$f'(x) > 0 \Rightarrow -1-\ln x > 0 \Rightarrow \ln x < -1 \Rightarrow x < \frac{1}{e}\ ;\ f(x)\ es\ creciente\ en\ \left(0,\frac{1}{e}\right)\ y\ es\ decreciente\ en\ \left(\frac{1}{e},+\infty\right)$$



Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $y=\dfrac{x}{\ln x}$ en su punto de inflexión.

Solución:

$$y=\frac{x}{\ln x} \quad \Rightarrow \quad la\ \ función\ \ está\ \ definida\ \ en\ (0\ ,+\infty)$$

$$y'=\frac{\ln x - x\cdot\frac{1}{x}}{(\ln x)^2} \quad \Rightarrow \quad y'=\frac{\ln x-1}{(\ln x)^2}$$

$$y''=\frac{\frac{1}{x}\cdot(\ln x)^2-(\ln x-1)\cdot(2\ln x)\cdot\frac{1}{x}}{(\ln x)^4}=\frac{(\ln x)^2-(\ln x-1)\cdot(2\ln x)}{(\ln x)^4} \quad \Rightarrow \quad y''=\frac{2-\ln x}{(\ln x)^3}$$

$$puntos\ de\ inflexión:\ f''(x)=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{2-\ln x}{(\ln x)^3} \quad \Rightarrow \quad 2-\ln x=0 \quad \Rightarrow \quad \ln x=2 \quad \Rightarrow \quad x=e^2 \quad ; \quad f\left(e^2\right)=\frac{e^2}{\ln e^2}=\frac{e^2}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} punto\ de\ tangencia:\ \left(e^2\ ,\dfrac{e^2}{2}\right) \\ pendiente:\ \ m=f'\left(e^2\right)=\dfrac{\ln e^2-1}{\left(\ln e^2\right)^2}=\dfrac{1}{4} \end{array}\right\} \Rightarrow \ r_{tg}\equiv y-y_0=m\left(x-x_0\right) \ \Rightarrow \ r_{tg}\equiv y-\frac{e^2}{2}=\frac{1}{4}\left(x-e^2\right) \ \Rightarrow \ r_{tg}\equiv y=\frac{x+e^2}{4}$$

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Calcula:

$$a)\ \lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1}{cos\,x-1} \qquad\qquad b)\ \int\frac{x^3}{x^2+4x-5}dx$$

Solución:

$$a)\ \lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1}{cos\,x-1}\ \left(indeterminación\ \ \frac{0}{0}\ ,\ aplicamos\ \ la\ \ regla\ \ del\ \ L'\,Hôpital\ \triangleq,\ dos\ \ veces\right)$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1}{cos\,x-1}\triangleq\lim_{x\to 0}\frac{2x\cdot e^{x^2}}{-\,sen\,x}\triangleq\lim_{x\to 0}\frac{2e^{x^2}+4x^2\cdot e^{x^2}}{-cos\,x}=\frac{2\cdot 1+0}{-1}=-2 \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1}{cos\,x-1}=-2$$

$$b)\ \int\frac{x^3}{x^2+4x-5}dx\ \ (como\ \ el\ \ grado\ \ del\ \ numerador\ \ es\ \ mayor\ \ que\ \ el\ \ del\ \ denominador\ \ tenemos\ \ que\ \ dividir)$$

$$\begin{array}{l|l} x^3 & x^2+4x-5 \\ \hline -x^3-4x^2+5x & x-4 \\ \quad -4x^2+5x & \\ \quad\ \ 4x^2+16x-20 & \\ \hline \qquad\qquad 21x-20 & \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x^3}{x^2+4x-5}=x-4+\frac{21x-20}{x^2+4x-5} \quad entonces\ \ tenemos:$$

$$\int\frac{x^3}{x^2+4x-5}dx=\int\left(x-4+\frac{21x-20}{x^2+4x-5}\right)dx=\int x\,dx-4\int dx+\int\frac{21x-20}{x^2+4x-5}dx$$

Ahora tenemos que hacer la integral $\int \frac{21x-20}{x^2+4x-5}dx$, *para ello separamos en fracciones simples* :

$x^2+4x-5=(x-1)(x+5)$

$$\frac{21x-20}{x^2+4x-5}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+5}=\frac{A(x+5)+B(x-1)}{(x-1)(x+5)}=\frac{(A+B)x+(5A-B)}{(x-1)(x+5)} \Rightarrow \begin{cases} A+B=21 \\ 5A-B=-20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=\frac{1}{6} \\ B=\frac{125}{6} \end{cases}$$

$$\int \frac{21x-20}{x^2+4x-5}dx=\int\left(\frac{1/6}{x-1}+\frac{125/6}{x+5}\right)dx=\frac{1}{6}\int\frac{1}{x-1}dx+\frac{125}{6}\int\frac{1}{x+5}dx \quad , \quad entonces\ queda:$$

$$\int \frac{x^3}{x^2+4x-5}dx=\int x\,dx-4\int dx+\frac{1}{6}\int\frac{1}{x-1}dx+\frac{125}{6}\int\frac{1}{x+5}dx=\frac{x^2}{2}-4x+\frac{1}{6}\ln|x-1|+\frac{125}{6}\ln|x+5|+C$$

Ejercicio 4.

(Puntuación máxima: 3 puntos)

Obtén la función $f(x)$, cuya derivada es $f'(x)=(x-1)\cdot e^x$ y de manera que tiene un extremo relativo en un punto del eje de abscisas. Razona si dicho punto es máximo o mínimo.

Solución:

Como $f(x)$ *tiene un extremo relativo* $\Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow (x-1)\cdot e^x=0 \Rightarrow x=1$

entonces, el extremo relativo está en $x=1$ *y como nos dice que se encuentra en el eje de abscisas, será el punto* $(1,0)$

Veamos si es un máximo o un mínimo, $f''(x)=e^x+(x-1)\cdot e^x \Rightarrow f''(x)=x\cdot e^x \;;\; f''(1)=e>0$

por tanto, en el punto $(1,0)$ *la función* $f(x)$ *presenta un mínimo relativo.*

Buscamos ahora $f(x)$, *sabiendo que el punto* $(1,0)$ *pertenece a* $f(x)$, *es decir,* $f(1)=0$

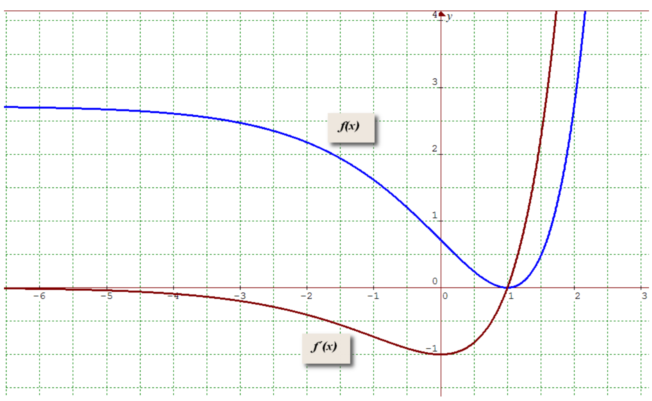
$f(x)=\int f'(x)dx=\int(x-1)\cdot e^x dx$; *esta integral debemos hacerla por partes* : $\int u\cdot dv=u\cdot v-\int v\cdot du$

$$\int \underbrace{(x-1)}_{u}\cdot\underbrace{e^x dx}_{dv}=(x-1)\cdot e^x-\int e^x dx=(x-1)\cdot e^x-e^x+C=(x-2)\cdot e^x+C$$

$$\begin{cases} u=(x-1) \Rightarrow du=d(x-1)=dx \\ dv=e^x dx \Rightarrow v=\int e^x dx=e^x \end{cases}$$

entonces $f(x)=(x-2)\cdot e^x+C$, *pero como* $f(1)=0 \Rightarrow (1-2)\cdot e+C=0 \Rightarrow -e+C=0 \Rightarrow C=e$

$f(x)=(x-2)\cdot e^x+e$

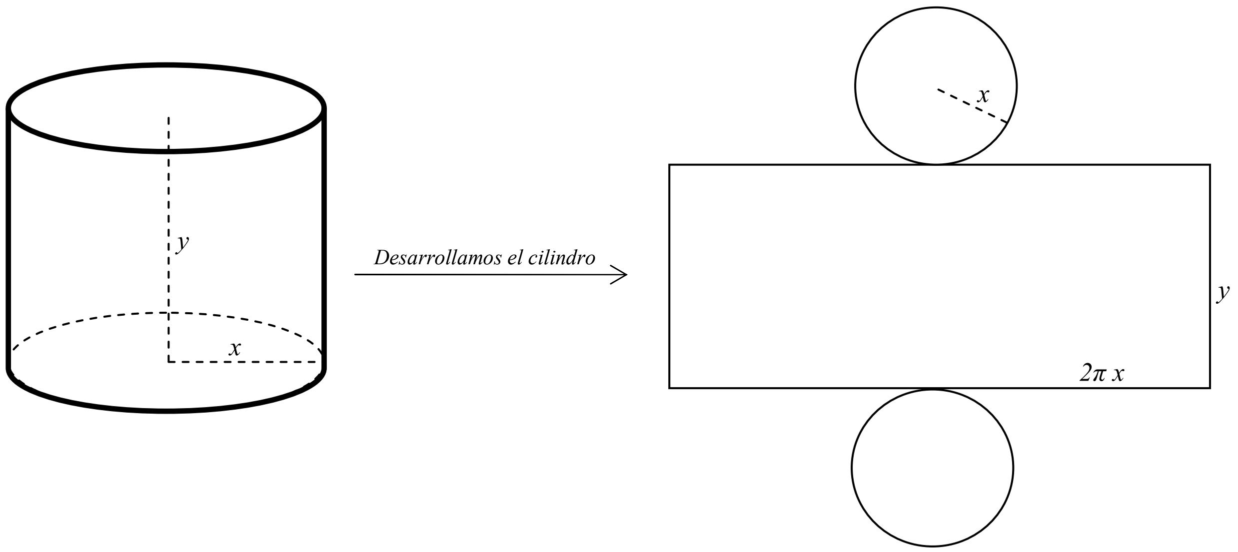


Opción B (3ª evaluación)

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se desea construir un depósito de latón con forma de cilindro de área total igual a $54\,m^2$. Determinar el radio de la base y la altura del cilindro para que el volumen sea máximo, y calcular dicho volumen.

Solución:



$$\textit{El volumen del cilindro es } V = \pi \cdot r^2 \cdot h \text{ , } \textit{en nuestro caso } V = \pi x^2 y$$

$$\textit{como el área total del cilindro es } 54\,m^2 \;\Rightarrow\; 2\pi x^2 + 2\pi xy = 54 \;\Rightarrow\; y = \frac{54 - 2\pi x^2}{2\pi x} \;\Rightarrow\; y = \frac{27 - \pi x^2}{\pi x}$$

$$\textit{entonces tenemos que el volumen es una función de } x,\; V(x) = \pi x^2 \cdot \frac{27 - \pi x^2}{\pi x} \;\Rightarrow\; V(x) = 27x - \pi x^3$$

$$\textit{ahora buscamos el máximo de la función } V(x):$$

$$V'(x) = 27 - 3\pi x^2 \;;\; V'(x) = 0 \;\Rightarrow\; 27 - 3\pi x^2 = 0 \;\Rightarrow\; x^2 = \frac{9}{\pi} \;\Rightarrow\; \begin{cases} x = \dfrac{3}{\sqrt{\pi}} \\ x = -\dfrac{3}{\sqrt{\pi}} \end{cases}$$

$$V''(x) = -6\pi x \;\Rightarrow\; V''\left(\frac{3}{\sqrt{\pi}}\right) = -\frac{18\pi}{\sqrt{\pi}} < 0 \;\Rightarrow\; \textit{para } x = \frac{9}{\sqrt{\pi}} \textit{ el volumen es máximo , } y = \frac{18}{3\sqrt{\pi}} = \frac{6}{\sqrt{\pi}}$$

$$\textit{dimensiones}: \begin{cases} \textit{radio } \; x = \dfrac{3}{\sqrt{\pi}} \; m. \\ \textit{altura } \; y = \dfrac{6}{\sqrt{\pi}} \; m. \end{cases} \;\Rightarrow\; \textit{volumen } V\left(\frac{3}{\sqrt{\pi}}\right) = 27 \cdot \frac{3}{\sqrt{\pi}} - \cancel{\pi} \cdot \frac{27}{\cancel{\pi}\sqrt{\pi}} = \frac{54}{\sqrt{\pi}} \; m^3$$

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Sea la función $f(x)=\begin{cases} 2x^2+ax+b & si\ \ x\le 1 \\ \ln x-1 & si\ \ x>1 \end{cases}$.

Encuentra los valores de a y b para que la función $f(x)$ cumpla las condiciones del teorema del valor medio en el intervalo $\left[-1,e^2\right]$. Para los valores obtenidos de los parámetros, halla el punto o puntos garantizados por el teorema.

Solución:

Para que $f(x)$ cumpla las condiciones del teorema del valor medio (de Lagrange) en el intervalo $\left[-1,e^2\right]$, $f(x)$ debe ser continua en $\left[-1,e^2\right]$ y derivable en $\left(-1,e^2\right)$.

–. *$f(x)$ será continua en $\left[-1,e^2\right]$ cuando lo sea en el punto $x=1$, puesto que $y=2x^2+ax+b$ es continua en $\mathbb{R}$ por ser polinómica, con lo que $f(x)$ es continua en $(-\infty,1)$, e $y=\ln x-1$ es continua en $(0,+\infty)$, con lo que $f(x)$ también es continua en $(1,+\infty)$.*

$$f(x)\ \text{será continua en}\ x=1 \iff \lim_{x\to 1} f(x)=f(1)\ \ ;\ \ \lim_{x\to 1} f(x)=\begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^-}\left(2x^2+ax+b\right)=2+a+b \\ \lim\limits_{x\to 1^+}\left(\ln x-1\right)=-1 \end{cases}\ \ ;\ \ f(1)=2+a+b$$

entonces, para que $f(x)$ sea continua en $\left[-1,e^2\right]$, debe cumplirse $\quad 2+a+b=-1$

–. *Por la misma razón que para el caso de la continuidad, $f(x)$ será derivable en $\left(-1,e^2\right)$ cuando lo sea en $x=1$*

$$f(x)\ \text{es derivable en}\ x=1 \iff f'_-(1)=f'_+(1)$$

$$f'(x)=\begin{cases} 4x+a & si\ \ x<1 \\ \dfrac{1}{x} & si\ \ x>1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_-(1)=\lim\limits_{x\to 1^-} f'(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(4x+a)=4+a \\ f'_+(1)=\lim\limits_{x\to 1^+} f'(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\dfrac{1}{x}\right)=1 \end{cases} \Rightarrow\ 4+a=1$$

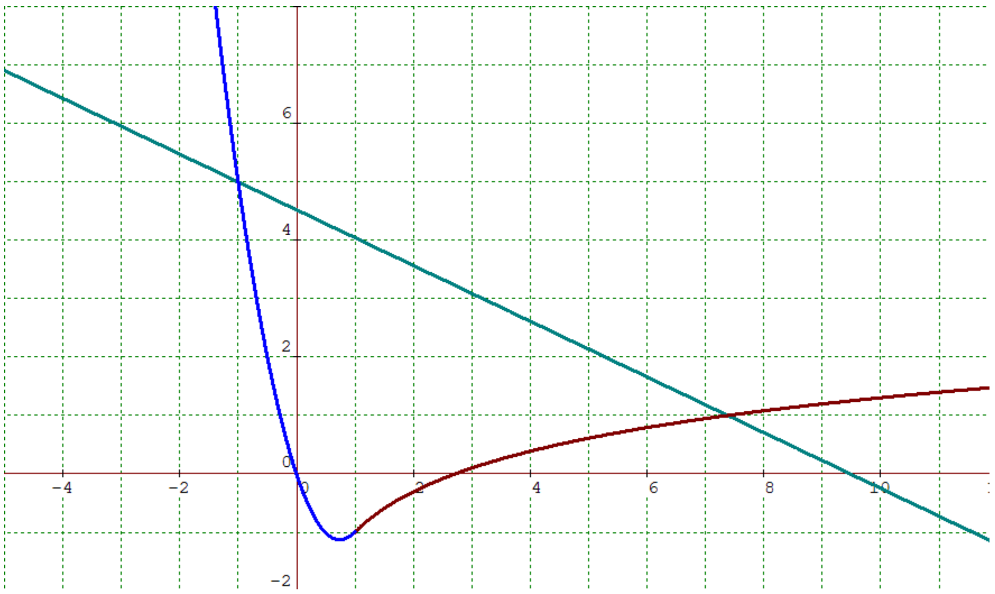
$$f(x)\ \text{cumplirá las condiciones del teorema de Lagrange} \iff \begin{cases} 2+a+b=-1 \\ 4+a=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ a=-3 \end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2-3x & si\ \ x\le 1 \\ \ln x-1 & si\ \ x>1 \end{cases}\ \ ,\ \ f'(x)=\begin{cases} 4x-3 & si\ \ x\le 1 \\ \dfrac{1}{x} & si\ \ x>1 \end{cases}\ ;\ \text{busquemos ahora el valor o valores garantizados por}$$

$$\text{el teorema: debe existir}\ c\in\left(-1,e^2\right),\ \ f'(c)=\frac{f\left(e^2\right)-f(-1)}{e^2-(-1)}=\frac{1-5}{e^2+1}=\frac{-4}{e^2+1}$$

$$\begin{cases} 4x-3=\dfrac{-4}{e^2+1} \Rightarrow 4x=\dfrac{-4}{e^2+1}+3 \Rightarrow x=\dfrac{-1}{e^2+1}+\dfrac{3}{4}\ \text{es válido porque}\ \dfrac{-1}{e^2+1}+\dfrac{3}{4}<1\ \ y\ \ \dfrac{-1}{e^2+1}+\dfrac{3}{4}\in\left(-1,e^2\right) \\ \dfrac{1}{x}=\dfrac{-4}{e^2+1} \Rightarrow x=-\dfrac{e^2+1}{4}\ \text{no es válido porque}\ f'(x)=\dfrac{1}{x}\ si\ x>1\ \ y\ \ -\dfrac{e^2+1}{4}<0 \end{cases}$$

Esto quiere decir que la recta tangente a $f(x)$ *en el punto* $x = \frac{3}{4} - \frac{1}{e^2+1} = \frac{3e^2-1}{4e^2+4}$ *es paralela a la recta secante que pasa por los puntos* $(-1, f(-1))$ *y* $\left(e^2, f\left(e^2\right)\right)$.



Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Calcula las siguientes integrales:

$a)\ \int x\sqrt{1+4x^2}\,dx$ $\qquad$ $b)\ \int \frac{cos^3 x}{sen^2 x}\,dx$

Solución:

$a)\ \int x\cdot\sqrt{1+4x^2}\,dx$, *esta integral es del tipo* $\int \left[f(x)\right]^n \cdot f'(x)\,dx = \frac{\left[f(x)\right]^{n+1}}{n+1} + C$

$$\int x\cdot\sqrt{1+4x^2}\,dx = \frac{1}{8}\int \left(1+4x^2\right)^{\frac{1}{2}}\cdot 8x\,dx = \frac{1}{8}\cdot\frac{\left(1+4x^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{\left(1+4x^2\right)\sqrt{\left(1+4x^2\right)}}{12} + C$$

$b)\ \int \frac{cos^3 x}{sen^2 x}\,dx$, *esta integral es del mismo tipo que la anterior. Podemos usar el cambio* $\begin{cases} sen\,x = t \\ d\,(sen\,x) = cos\,x\,dx = dt \end{cases}$

$$\int \frac{cos^3 x}{sen^2 x}dx = \int \frac{cos^2 x}{sen^2 x}\cdot cos\,x\,dx = \int \frac{1-sen^2 x}{sen^2 x}\cdot cos\,x\,dx \xrightarrow{cambio} \int \frac{1-t^2}{t^2}dt = \int\left(\frac{1}{t^2}-1\right)dt = \int t^{-2}dt - \int dt = \frac{t^{-1}}{-1} - t = -\frac{1}{t} - t = -\frac{1+t^2}{t}$$

$$\xrightarrow{deshacemos\ el\ cambio} -\frac{1+t^2}{t} = -\frac{1+sen^2 x}{sen\,x} \quad\Rightarrow\quad \int \frac{cos^3 x}{sen^2 x}dx = -\frac{1+sen^2 x}{sen\,x} + C$$

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Dada la función $f(x)=\ln(x^2+1)$

a. Encontrar sus puntos singulares (máximos, mínimos y puntos de inflexión), y calcular el valor de $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-f(x)\right]$.

b. Hallar la primitiva de la función $f(x)=\ln(x^2+1)$ cuya gráfica pasa por el punto $(0\,,-2)$.

Solución:

$$f(x)=\ln(x^2+1) \quad\Rightarrow\quad f'(x)=\frac{2x}{x^2+1}\;; \quad \textit{veamos cuando } f'(x)=0 \;\Rightarrow\; \frac{2x}{x^2+1}=0 \;\Rightarrow\; x=0$$

en el punto $x=0$ $f(x)$ *tendrá, posiblemente, un máximo o un mínimo local. Para determinarlo usamos* $f''(x)$.

$$f''(x)=\frac{2(x^2+1)-2x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} \quad\Rightarrow\quad f''(x)=\frac{2-2x^2}{(x^2+1)^2}\;; \quad f''(0)=2>0 \;\Rightarrow\; \textit{en } x=0 \; f(x) \textit{ presenta un mínimo local.}$$

Como $f(0)=0 \;\Rightarrow$ *el mínimo está en el punto* $(0,0)$

Para buscar los puntos de inflexión resolvemos la ecuación $f''(x)=0 \;\Rightarrow\; \dfrac{2-2x^2}{(x^2+1)^2}=0 \;\Rightarrow\; 2-2x^2=0 \;\Rightarrow\; \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$

Los puntos de inflexión de la curva están en $(1\,,\ln 2)$ *y* $(-1\,,\ln 2)$

$$\lim_{x\to+\infty}\left[x-f(x)\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[x-\ln(x^2+1)\right]=(\textit{indeterminación } \infty-\infty)=\lim_{x\to+\infty}\left[\ln e^x-\ln(x^2+1)\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[\ln\frac{e^x}{x^2+1}\right]=\ln\left[\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2+1}\right]=$$

$$=\left(\textit{indeterminación } \frac{\infty}{\infty}\,,\textit{ aplicamos la regla de L'Hôpital}\right)\triangleq\ln\left[\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{2x}\right]\triangleq\ln\left[\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{2}\right]=\ln(+\infty)=+\infty$$

Ahora tenemos que encontrar la primitiva de $f(x)=\ln(x^2+1)$ *que pasa por el punto* $(0,-2)$, *es decir, buscamos*:

$F(x)=\int\ln(x^2+1)\,dx$, *tal que cumpla* $F(0)=-2.$ *La integral la resolveremos por partes.*

$$\int\underbrace{\ln(x^2+1)}_{u}\underbrace{dx}_{dv}=x\cdot\ln(x^2+1)-\int x\cdot\frac{2x}{x^2+1}=x\cdot\ln(x^2+1)-2\int\frac{x^2}{x^2+1}=x\cdot\ln(x^2+1)-2\left[\int\left(1-\frac{1}{x^2+1}\right)dx\right]=$$

$$\begin{cases} u=\ln(x^2+1) \;\Rightarrow\; du=\dfrac{2x}{x^2+1}dx \\ dv=dx \;\Rightarrow\; v=\int dx=x \end{cases}\;;\qquad \begin{array}{r|l} x^2 & x^2+1 \\ \hline -x^2-1 & 1 \\ -1 & \end{array} \;\Rightarrow\; \frac{x^2}{x^2+1}=1-\frac{1}{x^2+1}$$

$$=x\cdot\ln(x^2+1)-2\int dx+2\int\frac{1}{x^2+1}dx=x\cdot\ln(x^2+1)-2x+2arctg\,x+C$$

Entonces $F(x)=x\cdot\ln(x^2+1)-2x+2arctg\,x+C$ *y* $F(0)=-2 \quad\Rightarrow\quad 0-0+0+C=-2 \;\Rightarrow\; C=-2$

$F(x)=x\cdot\ln(x^2+1)-2x+2arctg\,x-2$

1ª evaluación

Ejercicio 1.

Sean A, B y X tres matrices cuadradas del mismo orden que verifican la relación $A \cdot X \cdot B = I$, siendo I la matriz unidad. Se pide:

- Si el determinante de A es igual a -3 y el determinante de B es igual a 4, calcula, razonadamente, el determinante de la matriz X.
- Si $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, calcula, de forma razonada, la matriz X.

Ejercicio 2.

Discutir y resolver el siguiente sistema según los valores del parámetro k.

$$\begin{cases} ky + (k+1)z = k \\ kx + z = k \\ x + kz = k \end{cases}$$

Ejercicio 3.

Encuentra los valores de a para que vectores de $\mathbb{R}^4$, $e_1 = (a, -a, 1, 1)$, $e_2 = (-1, a, -1, -1)$, $e_3 = (-1, -1, a, 0)$, $e_4 = (0, 1, 1, a)$ sean linealmente dependientes y determina una combinación lineal de ellos no nula.

2ª evaluación

Ejercicio 1.

Hallar la ecuación de la recta s que pasa por el punto $P(-2,0,-7)$ y corta a las rectas

$r_1 \equiv \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z-1}{3}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x+2y+2=0 \\ 2y+z-5=0 \end{cases}$

Ejercicio 2.

Se consideran los puntos $A(1,-2,3)$ y $B(0,2,1)$, se pide:

- Ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por A y por B.
- La ecuación del plano π que está a igual distancia de A y de B.
- La distancia al origen de la recta que obtenemos al cortar el plano π, del apartado anterior, con el plano $\pi' \equiv 2y-z=0$.

Ejercicio 3.

Sea el tetraedro limitado por los planos $\pi_1 \equiv x+y+z=3$, $\pi_2 \equiv x-z=0$, $\pi_3 \equiv y-z=0$, $\pi_4 \equiv z=0$. Se pide:

- Obtener el área de la cara situada sobre el plano π_4.
- Calcular la ecuación de la altura sobre la cara que está en el plano π_4.
- Hallar el volumen del tetraedro.