# EJERCICIOS

1.Calcular $\int\left(3x^2+Senx-\frac{1}{x}+e^x\right)dx$

**Solución:**

$\int\left(3x^2+Senx-\frac{1}{x}+e^x\right)dx=x^3-\cos x-Lnx+e^x+k$ sin más que descomponer en sumandos e integrar de forma inmediata.

---

2.- Calcular $\int\left(\frac{5}{4}+\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)dx$

**Solución:**

$\int\left(\frac{5}{4}+\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)dx=\frac{5}{4}x+\frac{2}{3}\sqrt{x^3}-arsenx+k$ sin más que descomponer en sumandos e integrar.

---

3.- Calcular $\int\frac{x+1}{x^2+4}dx$

**Solución:**

$\int\frac{x+1}{x^2+4}dx=\frac{1}{2}Lm\left|x^2+1\right|+ar\tan x+k$ descomponiendo y calculando las integrales inmediatas.

---

4.-Resolver $\int\frac{5x^3}{\sqrt{6-x^4}}dx$

**Solución:**

$$\int\frac{5x^3}{\sqrt{6-x^4}}dx=-\frac{5}{2}\int\frac{-4x^3}{2\sqrt{6-x^4}}dx=-\frac{5}{2}\sqrt{6-x^4}+k$$

---

5.- Resolver $\int\frac{\sqrt{5}e^x}{\sqrt{3+e^x}}dx$

**Solución:**

$$\int \frac{\sqrt{5}e^x}{\sqrt{3}+e^x}dx = \sqrt{5}\int \frac{e^x}{\sqrt{3}+e^x}dx = \sqrt{5}\int \frac{\left(\sqrt{3}+e^x\right)'}{\sqrt{3}+e^x}dx = \sqrt{5}Ln\left|\sqrt{3}+e^x\right| + C$$

---

6.-Calcular $\int \frac{1+xLn\left(x^2+1\right)}{x^2+1}dx$

**Solución:**

$$\int \frac{1+xLn\left(x^2+1\right)}{x^2+1}dx = \int \frac{dx}{x^2+1} + \frac{1}{2}\int \frac{2xLn\left(x^2+1\right)}{x^2+1}dx = ar\tan x + \frac{Ln^2\left(x^2+1\right)}{4} + k$$

---

7.- Calcular $\int ar\cos x dx$

**Solución:**

$$\left.\begin{array}{ll} u = ar\cos x & du = \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}dx \\ dv = dx & v = x \end{array}\right\} \Rightarrow \int ar\cos x dx = xar\cos x + \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}dx =$$

$$= xar\cos x - \int \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}dx = xar\cos x - \sqrt{1-x^2} + k$$

---

8.- Resolver: $\int \frac{x}{e^x}dx$

**Solución:**

Hacemos $\left\{\begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^{-x}dx & v = -e^{-x} \end{array}\right.$ ; luego

$$\int \frac{x}{e^x}dx = -xe^{-x} + \int e^{-x}dx = -xe^{-x} - e^{-x} + k$$

---

9.- Resolver $\int e^x \cos x dx$

**Solución:**

$$\left.\begin{array}{ll} u = \cos x & du = -sen dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array}\right\} \Rightarrow \int e^x \cos x dx = e^x \cos x + \int e^x sen x dx$$

y volviendo a integrar por partes esta nueva integarl:

$$\int e^x \cos x dx = e^x \cos x + \int e^x sen x dx = e^x \cos x + e^x sen x - \int e^x \cos x dx$$

de donde podemos despejar la integral buscada

$$\int e^x \cos xdx = \frac{e^x(\cos x + senx)}{2} + C$$

10.- Calcular $\int xLnxdx$

**Solución.**

$$\int xLnxdx = \frac{x^2Lnx}{2} - \frac{x^2}{4} + K$$ , integrado por partes ($u = Lnx$)

11.-Calcular $\int ar\tan xdx$

**Solución:**

Integrado por partes:

$$u = ar\tan x \qquad du = \frac{1}{1+x^2}dx$$

$$dv = dx \qquad v = x$$

$$\int ar\tan xdx = x \cdot ar\tan x - \frac{1}{2}Ln\,|1+x^2\,| + K$$

12.-Calcular $\int x^4e^xdx$

**Solución:**

$$\int x^4e^xdx = e^x\left(x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24\right) + K$$ , integrado por partes cuatro veces

13.- Calcular: $\int x^3Senxdx$

**Solución:**

Integrado por partes tres ceces

$$\int x^3Senxdx = x(6 - x^2)\cos x + 3(x^2 - 2)Senx + K$$

14.-Calcular $\int \frac{x-1}{x^2 - 8x + 15}dx$

**Solución:**

El denominador tiene por raices 3 y 5, luego:

$$\frac{x-1}{x^2-8x+15}=\frac{A}{x-3}+\frac{B}{x-5}\Rightarrow x-1=A(x-5)+B(x-1)$$

haciendo $\begin{cases} x=5 & \Rightarrow\ b=2 \\ x=3 & \Rightarrow\ A=-1 \end{cases}$

$$\int\frac{x-1}{x^2-8x+15}dx=\int\frac{dx}{x-5}-\int\frac{dx}{x-3}=Ln\,|\,x-5\,|-Ln\,|\,x-3\,|+k=$$

$$=K\cdot Ln\,\frac{x-5}{x-3}$$

---

15.- Resolver $\displaystyle\int\frac{xdx}{x^3+x^2-x-1}$

**Solución:**

$$\int\frac{xdx}{x^3+x^2-x-1}=\int\frac{\frac{1}{4}}{x-1}dx+\int\frac{\frac{1}{2}}{(x+1)^2}dx-\int\frac{\frac{1}{4}}{x+1}dx=$$

$$=Ln\sqrt[4]{\left|\frac{x-1}{x+1}\right|}-\frac{1}{2(x+1)}+k$$

---

16.- Resolver $\displaystyle\int\frac{x-2}{x^2+4x+8}dx$

**Solución.**

$$\int\frac{x-2}{x^2+4x+8}dx=\frac{1}{2}\int\frac{2x+4-4-4}{x^2+4x+8}=\frac{1}{2}\int\frac{2x+4}{x^2+4x+8}dx-\int\frac{4}{x^2+4x+8}dx=$$

$$=\frac{1}{2}Ln\,|\,x^2+4x+8\,|-\int\frac{4dx}{(x+2)^2+4}=\frac{1}{2}Ln\,|\,x^2+4x+8\,|+2ar\tan\frac{x+2}{2}+K$$

---

17.-Calcular $\displaystyle\int\frac{2x+3}{x^2+x+2}dx$

**Solución:**

$$\int\frac{2x+3}{x^2+x+2}dx=\int\frac{2x+1+2}{x^2+x+2}dx=\int\frac{2x+1}{x^2+x+2}dx+\int\frac{2}{x^2+x+2}dx=$$

$$=Ln\,|\,x^2+x+2\,|+\frac{4}{7}\sqrt{7}ar\tan\left(\frac{2x-1}{\sqrt{7}}\right)+K$$

18.- Calcular $\int \frac{4x+6}{x^2+3x-5}dx$

**Solución:**

$$\int \frac{4x+6}{x^2+3x-5}dx = 2Ln\,|\,x^2+3x-5\,|+K$$

---

19.- Calcular $\int \frac{8}{6x-3}dx$

**Solución:**

$$\int \frac{8}{6x-3}dx = \frac{4}{3}Ln\,|\,6x-3\,|+K$$ , mediiante al cambio $t = 6x-3$

---

20.- Calcular $\int \frac{2Senx}{3+5\cos x}dx$

**Solución:**

$$\int \frac{2Senx}{3+5\cos x}dx = -\frac{2}{5}Ln\,|\,3+5\cos x\,|+K$$ , mediante el cambio $t = 3+5\cos x$

---

21.- Calcular $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$

**Solución:**

Haciendo el cambio $x+1=t^2$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}} = \int \frac{2tdt}{(t^2-1)t} = \int \frac{2dt}{(t-1)(t+1)} = \int \frac{dt}{t-1} - \int \frac{dt}{t+1} = k\cdot Ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right|$$

y desahiendo el cambio:

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}} = K\cdot Ln\left|\frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1}\right| = K\cdot Ln\left|\frac{x+2-2\sqrt{x+1}}{x}\right|$$

---

22.- Calcular $\int \sqrt{4-x^2}dx$

**Solución:**

Si hacemos el cambio $x = 2Sent \rightarrow dx = 2\cos tdt$

$$\int \sqrt{4-x^2}dx = \int \sqrt{4-4Sen^2t}\,(2\cos tdt) = \int 4\cos^2 tdt$$

y haciendo $\cos^2 t = \frac{1+\cos 2t}{2}$ tenemos:

$$4\int \cos^2 t dt = 4\int \frac{1+\cos 2t}{2} dt = 2t + sen 2t + K$$

y teniendo en cuenta que $x = 2sent \rightarrow sent = \frac{x}{2}$ y

$$sen 2t = 2sent \cos t = 2sent\sqrt{1-sen^2 t} = 2\frac{x}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{4}} = \frac{x\sqrt{4-x^2}}{2}$$

luego $\int \sqrt{4-x^2}dx = 2arsen\frac{x}{2} + \frac{x\sqrt{4+x^2}}{2} + k$

---

23.- Calcular $\int \cos^5 x dx$

**Solución:**

$$\int \cos^5 x dx = \int \left[\cos^2 x\right]^2 \cos x dx = \int \left[1-sen^2 x\right]^2 \cos x dx =$$

$$= \int \left(1-2sen^2 x + sen^4 x\right)\cos x dx =$$

$$= \int \cos x dx - 2\int sen^2 x \cos x dx + \int sen^4 x \cos x dx =$$

$$= senx - \frac{2}{3}sen^3 x + \frac{1}{5}sen^5 x + K$$